ЛЕТНЯЯ XLV ШКОЛА-КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ПАРАЛЛЕЛЬНОМУ ПРОГРАММИРОВАНИЮ

ПРОГРАММИРОВАНИЕ КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНЫХ МОДЕЛЕЙ

Докладчик: Бурнышев Егор,
магистрант 1 курса ФПМИ НГТУ

Область применения КА

Клеточно-автоматный подход нашел применение в различных областях:

- “чистая” математика и ее приложения; теория алгоритмов;
- распознавание образов и обработка сигналов; теория хаоса;
- криптография;
- теоретическая физика, биология, эпидемиология, химия, экология, вирусология, социология, урбанистика, геология и т. д.;
- математическое и физическое моделирование;

Джон фон Нейман

Более того, разные КА–объекты могут довольно успешно моделировать самые общие феноменологические аспекты реального мира наряду с прямыми физическими законами и процессами на микроскопическом уровне.

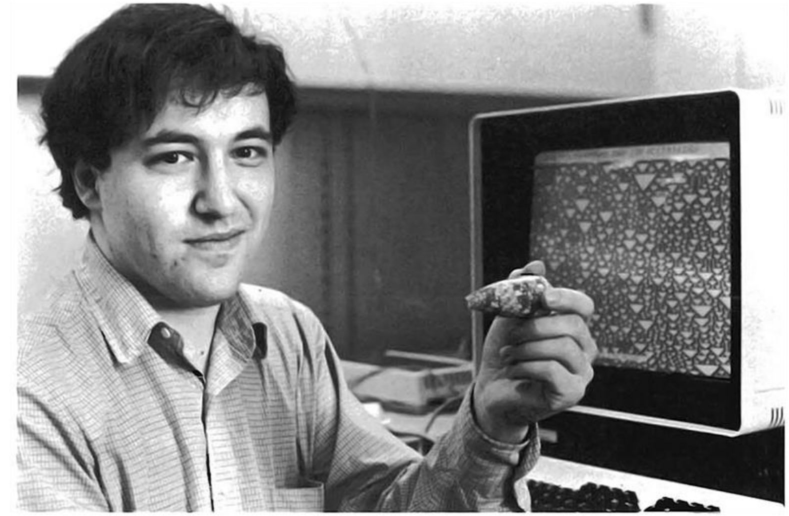
Классификация КА

Класс 1: Поведение автомата является очень простым. Почти все начальные заполнения быстро приводят к одному и тому же финальному состоянию.

Класс 2: Существует большое количество возможных финальных состояний, но все они состоят из некоторого множества простых структур, которые либо остаются стабильными, либо повторяются с маленьким периодом. Локальные изменения в начальных условиях оказывают влияние локального характера на дальнейшую динамику автомата.

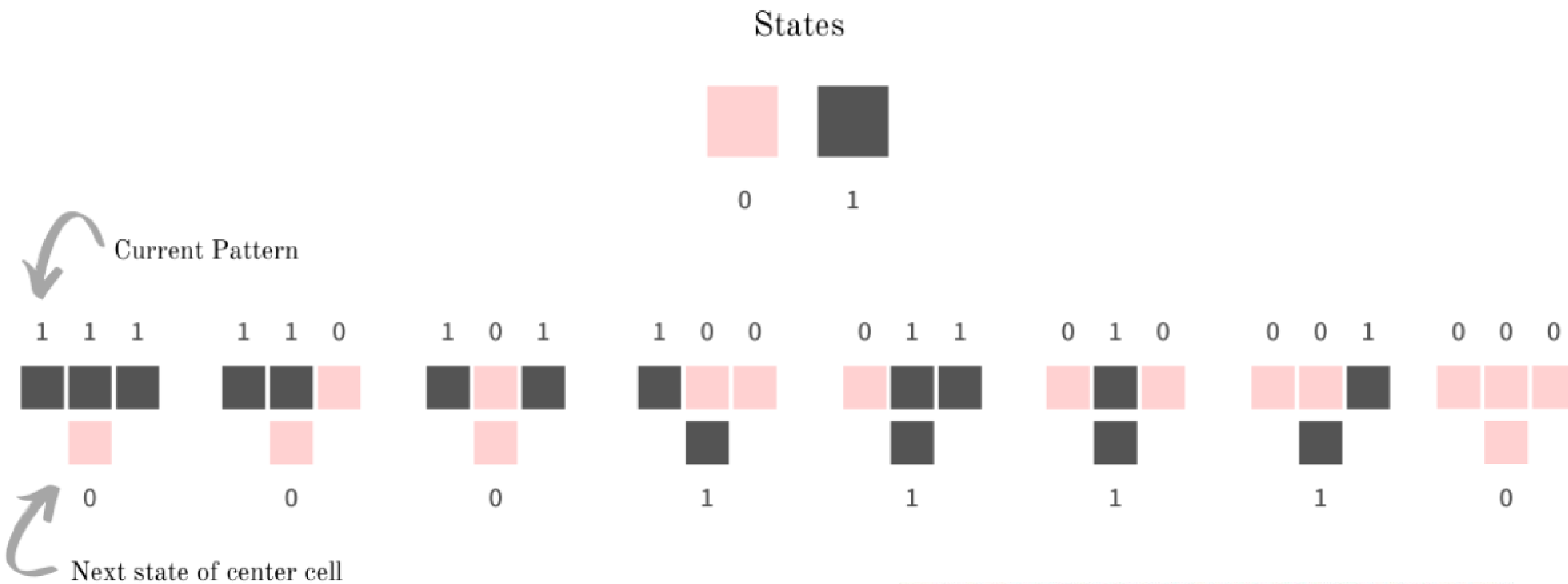
Класс 3: Результатом эволюции почти всех начальных заполнений являются псевдослучайные последовательности. Стабильных структур не возникает. Локальные изменения в начальном заполнении оказывают сильное влияние на ход всей эволюции системы.

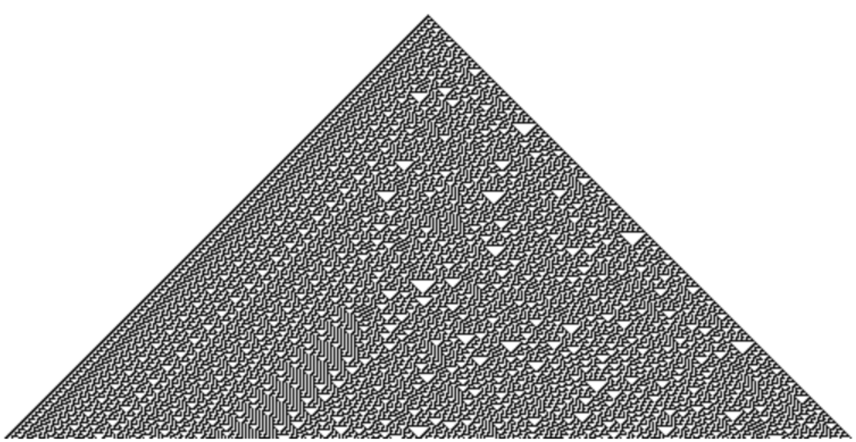
Класс 4: Результатом эволюции почти всех начальных заполнений являются структуры, которые взаимодействуют сложным образом с формированием локальных устойчивых структур. Локальные изменения в начальном заполнении оказывают сильное влияние на ход всей эволюции системы. Некоторые клеточные автоматы этого класса являются полными по Тьюрингу.



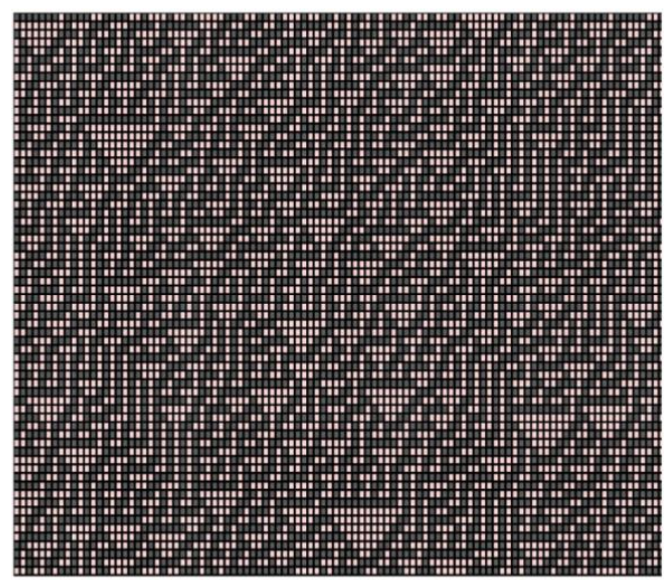
Стивен Вольфрам

Правило 30

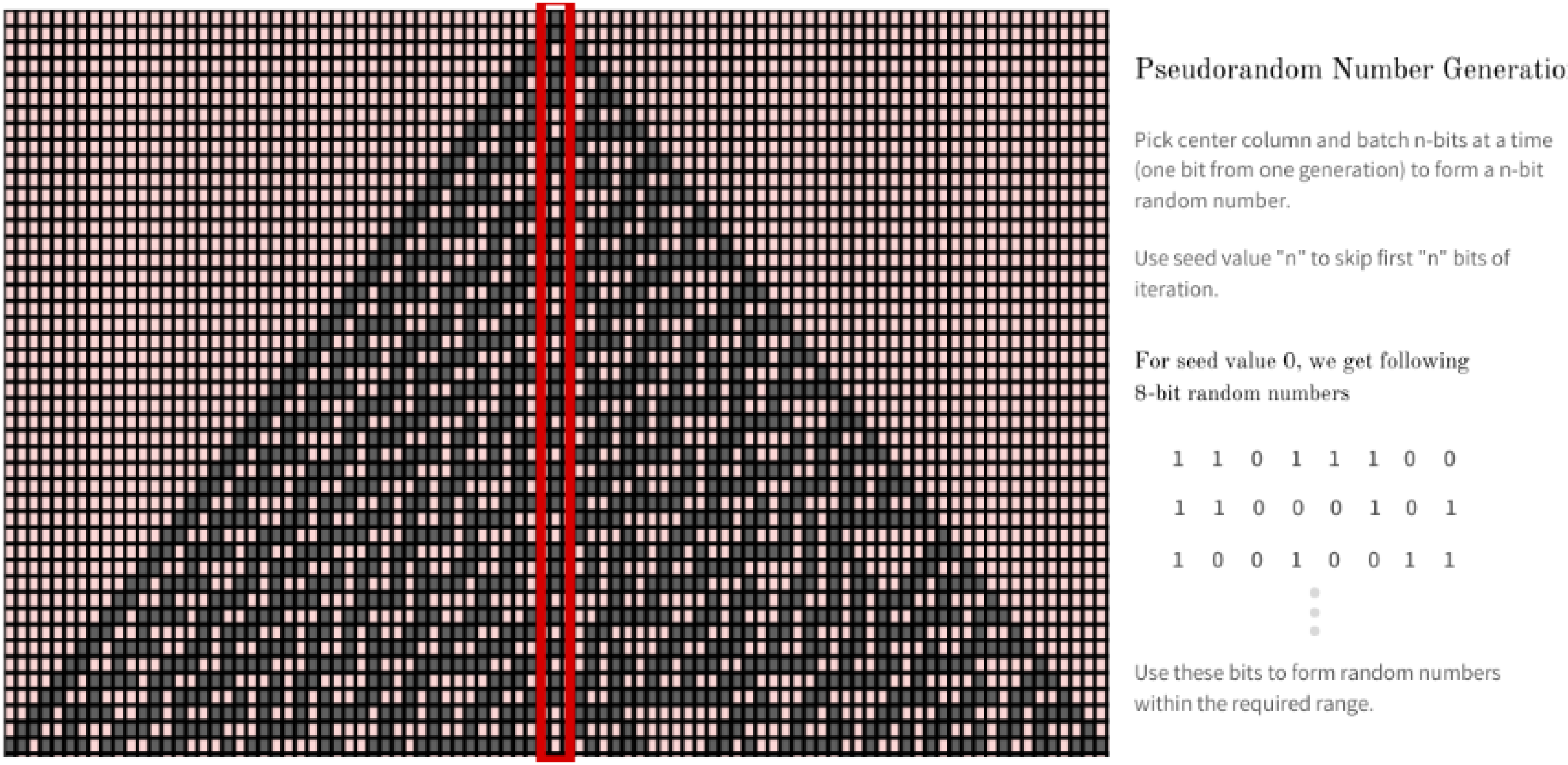




Эволюция одной единичной клетки во времени по Правилу 30



Правило 30



Одно из серьёзных преимуществ применения “Правила 30” для генерации псевдослучайных чисел заключается в том, что можно создавать **множество случайных чисел в параллельном режиме**, случайным образом выбирая множество столбцов длины n бит.

КА в криптографии

Назовем *обобщенным клеточным автоматом* пару (G, f), где $G = (V, E)$ – ориентированный мультиграф (V – множество вершин, а E – мультимножество ребер), с каждой вершиной которого ассоциирована булева переменная, причем все вершины пронумерованы числами $1 \ldots N$. Переменную, ассоциированную с i-ой вершиной, будем обозначать m_i. Такие переменные мы будем называть *ячейками*. Для каждой вершины входящие в нее ребра пронумерованы числами $1 \ldots k$. Функция $f : \{0;1\}^k \to \{0;1\}$ – *локальная функция связи*.

$$m_i(t) = f\left(m_{\eta(i,1)}(t-1), m_{\eta(i,2)}(t-1), \ldots, m_{\eta(i,k)}(t-1)\right)$$

Теорема 1. Задача о существовании предыдущего состояния обобщенного клеточного автомата является NP-полной.[1]

1. Ключарёв П. Г. NP-трудность задачи о восстановлении предыдущего состояния обобщенного клеточного автомата // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. – 2012. – № 1. – Режим доступа: http://technomag.edu.ru/doc/312834.html

Комбинаторная проблема Штейнгауза

Пусть $c(k) = p(1,1)p(1,2)p(1,3) \ldots p(1,k)$ будет первой строкой бинарных элементов $p(1, j) \in \{0, 1\}$; $(j = 1 .. k)$. Кроме того, значения k выбираются только из набора $M=\{3+4t, 4+4t | t=0,1,2,3,4,5, \ldots\}$. Затем элементы j–й строки длины $(k–j+1)$ выводятся из элементов $(j–1)$–й строки длины $(k–j+2)$ согласно простому рекуррентному правилу:

$$p(j, i) = p(j-1, i) + p(j-1, i+1) + 1 \pmod 2; \; (i=1 .. k-j+1; \; j=2 .. k)$$

Нетрудно убедиться, что в результате будет получена треугольная форма $T(k)$, которая будет состоять из $N = k*(k+1)/2$ символов $\{0, 1\}$.

Можно ли определить для произвольного допустимого значения k из M формы $T(k)$, содержащие одинаковое число $k*(k+1)/4$ каждого из символов «0» и «1»?

КА в биологических науках

“Как можно воспроизвести определенный организм, используя, по возможности, наименьшее количество инструкций?” [2].

Виктор Аладьев

- самовоспроизведение;
- рост (системы Линденмайера);
- пространственная дифференциация;
- регуляция;
- регенерация.

Центральная проблема развития сводится к следующему вопросу: *Как может развиваться яйцо, которое кажется на первый совершенно недифференцированным и простым в структурном отношении, в довольно сложный многоклеточный организм?*

2. В.З. Аладьев, В.А. Ваганов, М.Л. Шишаков. Базовые элементы теории клеточных автоматов.– USA: Lulu Press, 2019, 418 с

КА в биологических науках

Наиболее известной формальной моделью дифференциации, регуляции и регенерации является *проблема французского флага*:

*Существует одномерная связная система из 3*m клеток, каждая из которых имеет одно из состояний «красный», «белый», «синий». Следует определить правила функционирования этой клеточной системы, конечным состоянием которой является конфигурация Французского флага (КФФ), которая в определенной мере будет устойчива к внешним воздействиям и повреждениям.*

<u>Теорема 1:</u>

Обобщенная ПФФ, определенная в конечном алфавите W общего типа, не может быть определена на основе одномерной полигенной КА–модели, определенной в том же самом алфавите W.

КА в биологических науках

<u>Теорема 2:</u>

Существует модель 1–КА с алфавитом А={0,1,...,a-1} и функциональным алгоритмом, сложность которого не зависит от длины G дифференцируемой цепочки единичных автоматов и которая решает обобщенную ПФФ за не более, чем t=[G/2] шагов для достаточно больших G.

Существует модель 1–КАнР с ЛБФ и алфавитом А={0,1,...,a–1}, чья сложность функционирования не зависит от алфавита А и длины S дифференцируемой цепочки элементарных автоматов, и которая решает обобщенную ПФФ за не более, чем t=S–1 шагов. Множество всех решений обобщенной ПФФ, минимальных во временном отношении, не рекурсивно.

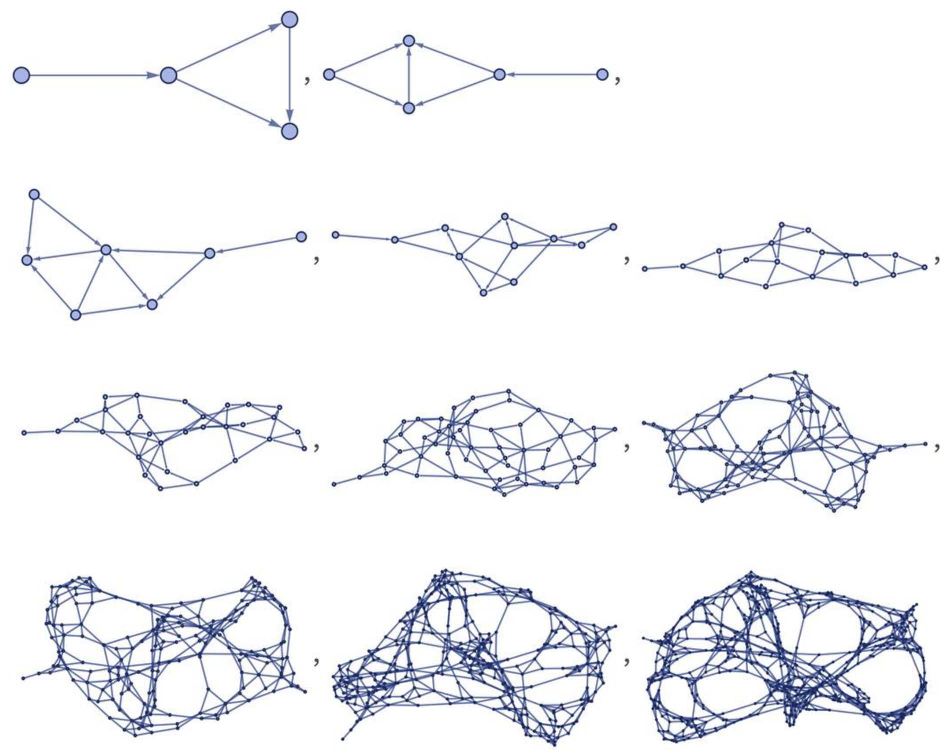
Рекурсивно самовычисляющая Вселенная

«*Я думаю, что вычислениям суждено стать определяющей идеей нашего будущего*» (Стивен Вольфрам).

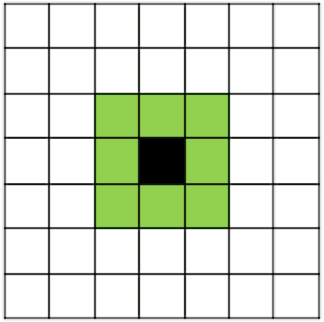
Гиперграф – обобщение графа, в котором одним гиперребром можно соединить более двух вершин, т.е. любые подмножества множества вершин.

Правила – это короткие вычислительные операции над графами, устанавливающие порядок их обновления.

Вселенная – один большой гиперграф, вычисляющий сам себя многократным применением одного и того же простого правила.



Камень-ножницы-бумага



У каждой клетки два атрибута – тип клетки и уровень.

Типы клеток: камень, ножницы, бумага или пустое пространство.

Уровень: от 0 до 9 (0 – самый сильный, 9 – самый слабый).

1.Для клетки случайным образом выбирается один из соседей.

2. Клетка и выбранный сосед начинают игру:

   1. Если текущая клетка — пустое пространство, а сосед — не пустой и его уровень меньше максимального, то текущая клетка "заражается" типом соседа, а её уровень становится на единицу выше уровня соседа.

   2. Если клетка не пустое пространство, то игра идет по правилам КНБ:

      - *Победа*: уровень текущей клетки уменьшается на 1 (клетка "укрепляется"), если уровень не равен нулю.
      - *Поражение:* если уровень текущей клетки достиг максимума, она становится пустой иначе уровень текущей клетки увеличивается на 1 (клетка "слабеет").