

ТЕХНОЛОГИИ В ОБРАЗОВАНИИ УНИВЕРСИТЕТ

МИКРОЭЛЕКТРОНИКА
ИННОВАЦИИ
КАТАЛИТИЧЕСКИЕ
МАТЕРИАЛЫ

ДИЗАЙН
ЛЕКАРСТВ

ТОЧКА
СБОРКИ

НАУЧНАЯ
ЛАБОРАТОРИЯ
ГЕОХИМИЯ
ИНЖИНИРИНГ

ГЕОФИЗИКА

ГИБРИДНЫЕ
МАТЕРИАЛЫ

ЭНЕРГОСБЕРЕЖЕНИЕ

ВЫСОКИЕ
ЭНЕРГИИ

БИОТЕХНОЛОГИИ

МОДЕЛИРОВАНИЕ

НАНОТЕХНОЛОГИИ

СЕМИОТИКА

НАУКА

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

IT
DEEP
LEARNING
ИЗУЧЕНИЕ

МОЗГА

КОГНИТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ
ЧАСТИЦЫ
ГЕОЛОГИЯ

КВАНТОВЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ
БИОЛОГИЯ

ТЕМНАЯ
МАТЕРИЯ

ФОТОНИКА

БИОМЕДИЦИНА

ПРИКЛАДНЫЕ
ИССЛЕДОВАНИЯ

РАЗВИТИЕ

АСТРОНОМИЯ

ГЛОБАЛЬНЫЕ ПРИОРИТЕТЫ

АСТРОФИЗИКА

БИОИНФОРМАТИКА

ЛАЗЕРНАЯ
ФИЗИКА

АРХЕОЛОГИЯ

ЭКОНОМИКА

ЗНАНИЙ

СОТРУДНИЧЕСТВО

АРКТИКА

N* Новосибирский
государственный
университет
***НАСТОЯЩАЯ НАУКА**



Применение методов параллельного программирования к задачам с использованием случайных процессов

Глазков Степан, бакалавр ММФ НГУ
Куратор – Киреева Анастасия Евгеньевна

* Введение

В настоящем докладе будут рассмотрены различные задачи, связанные с использованием случайных процессов и возможности их параллелизации различными способами.

* Рассматриваемые задачи

1. Задача численного нахождения корреляционной функции гауссовского процесса.
2. Задача численного нахождения корреляционной функции двойного процесса Пуассона.
3. Задача численного нахождения корреляционной функции смещения решетки кристалла под воздействием точечных дислокаций

* Гауссовский процесс

Аналитическое представление корреляционной функции гауссовского процесса:

$$B(\tau) = \frac{\sigma^2}{1 + \tau^2}$$

Ее спектральное разложение вида ряда Фурье:

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{\frac{2\pi\sigma^2}{a} e^{-\frac{\pi k}{a}}} \left[\xi_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{a}\right) + \eta_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{a}\right) \right]$$

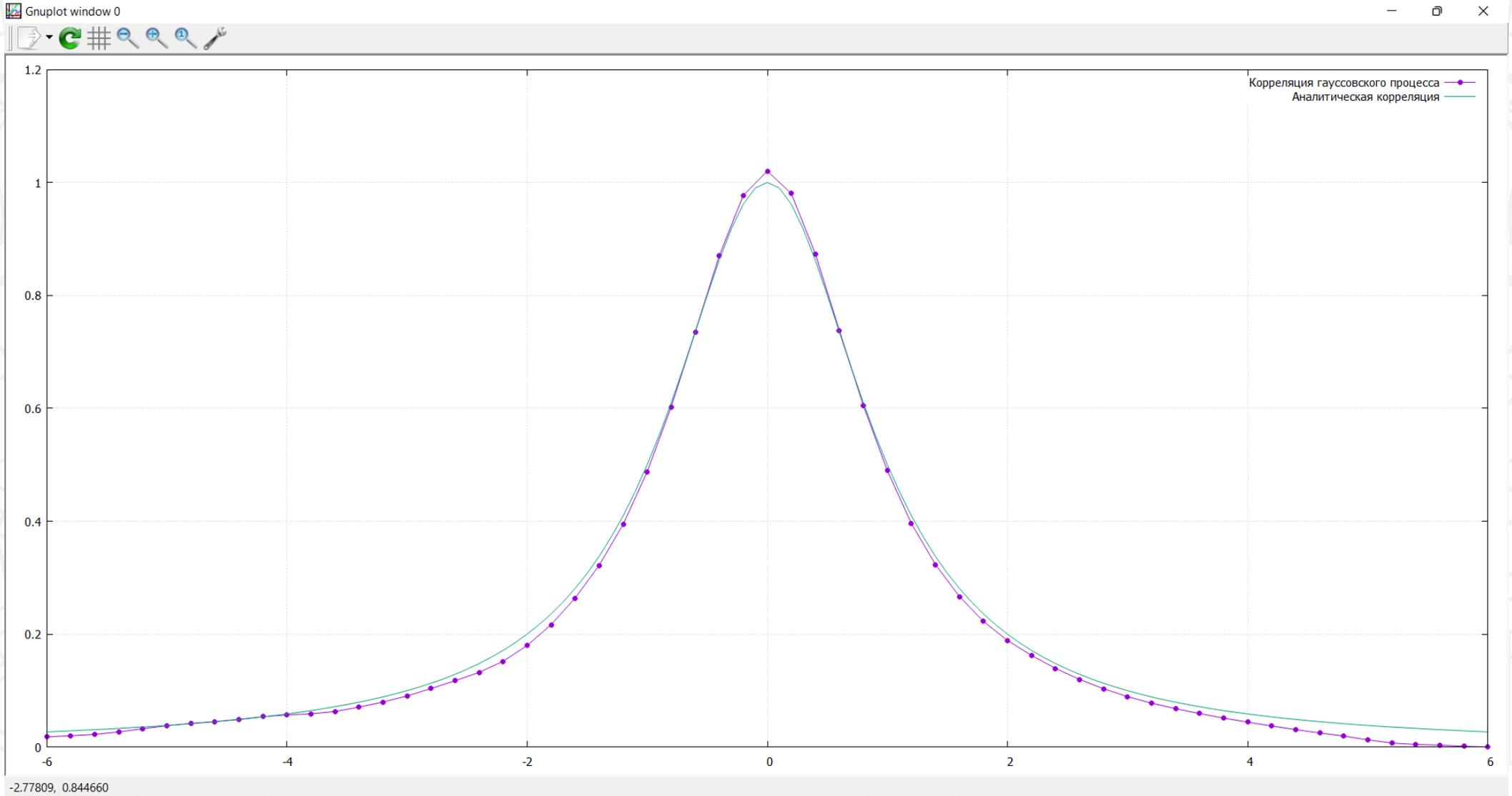
ξ_k, η_k - стандартные гауссовские величины

* Корреляционная функция

Корреляционная функция процесса $u(t)$ вычисляется по следующей формуле:

$$B(\tau) = E\{u(0) \cdot u(\tau)\}$$

где E – математическое ожидание, а $\tau = t_1 - t_2$ для произвольных времен t_1 и t_2



* Логнормальный процесс

Логнормальный случайный процесс $\lambda(t)$ - для гауссовского процесса $u(t)$:

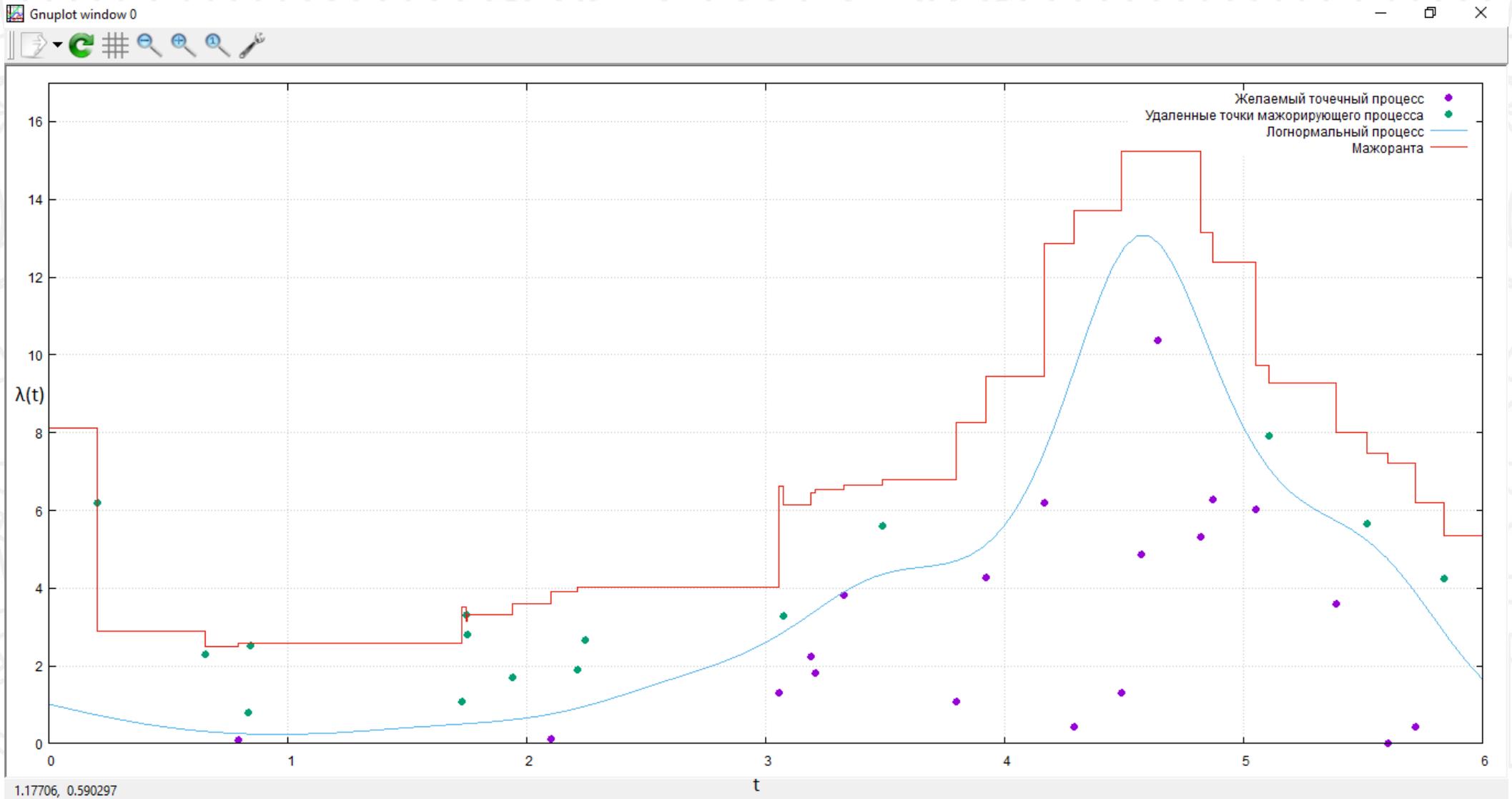
$$\lambda(t) = \exp\{u(t)\}$$

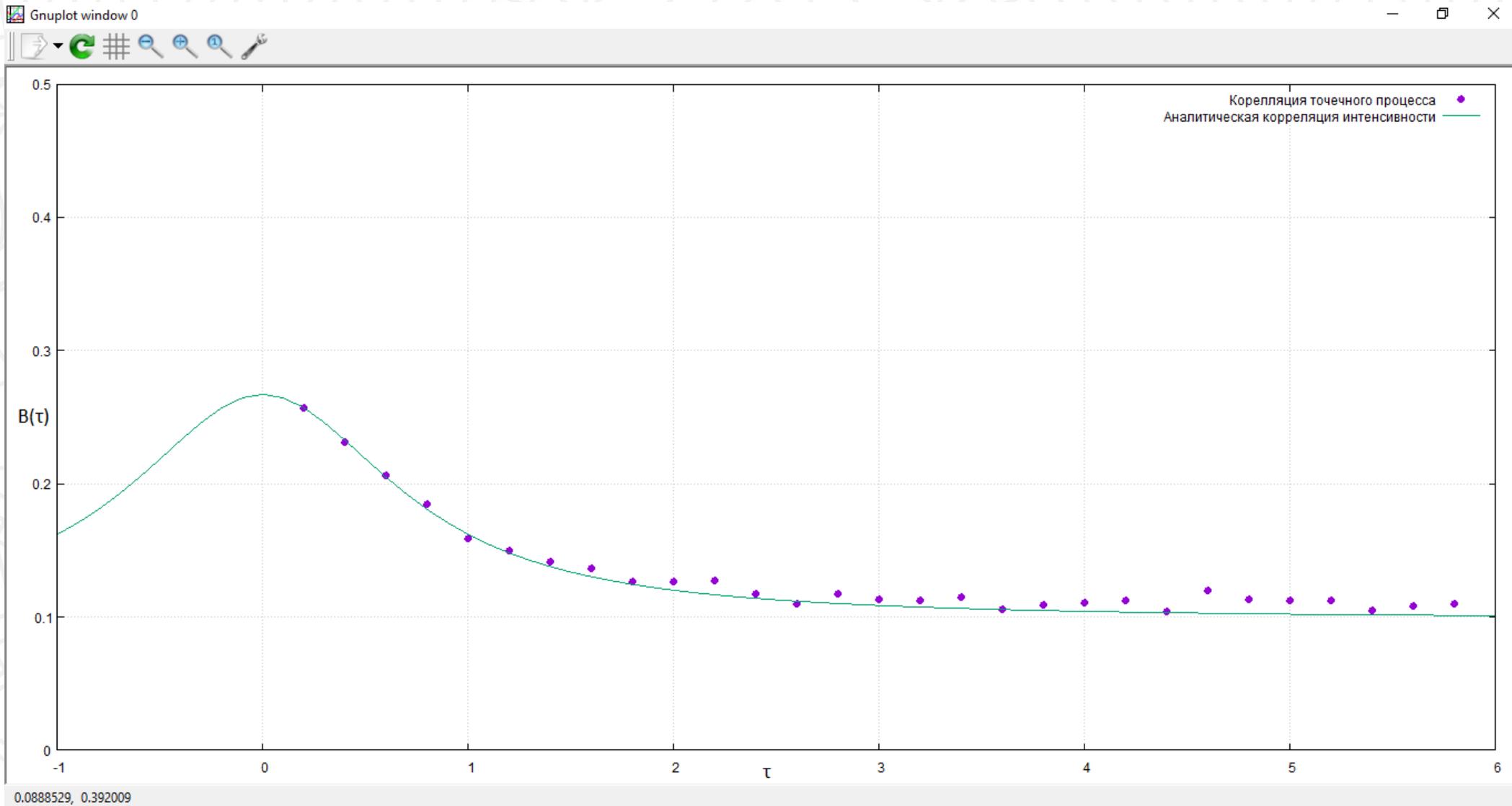
Аналитическая корреляционная функция логнормального процесса:

$$g(\tau) = \exp\left\{\frac{\sigma^2}{1 + \tau^2} + \sigma^2\right\}$$

* Алгоритм «разрежения» (thinning process)

1. Строим точечный процесс $\bar{N}(t)$ согласно плотности $\bar{\lambda}(t)$, состоящий из точек s_1, s_2, \dots, s_n и полагаем $m = 0, j = 0$
2. Полагаем $j = j + 1$.
3. Берем точку s_j и разыгрываем для нее стандартное случайное число U_j .
4. Проверяем неравенство $U_j \leq \lambda(s_j)/(\bar{\lambda}(s_j))$
5. В случае его выполнения полагаем $m = m + 1$ и записываем s_j как точку t_m или пропускаем ее в противном случае.
6. Если $j \neq n$, то переходим к шагу 2.
7. Точки t_1, t_2, \dots, t_m образуют точечный процесс $N(t)$ с интенсивностью $\lambda(t)$





* Корреляция дислокаций

Дислокации - это точно расположенные источники нарушения решетки кристалла или слоя полупроводника

Будем рассматривать одномерный случай с дислокациями, расположенных на оси Ox в узлах двойного процесса Пуассона.

* Функция смещения

Смещение в точке z для дислокаций с координатами ξ_j имеет следующий вид:

$$V(z) = \sum_{j=1}^n v_z(1 - \xi_j, z),$$

Где

$$v_z = v_{z1} + v_{z2} + v_{z3}$$

$$v_{z1} = \frac{b_x}{2\pi} \left[\frac{1}{8} \ln(x^2 + (z - d)^2) + \frac{\frac{3}{4}x^2}{x^2 + (z - d)^2} \right]$$

$$v_{z2} = -\frac{b_x}{2\pi} \left[\frac{1}{8} \ln(x^2 + (z + d)^2) + \frac{\frac{3}{4}x^2}{x^2 + (z + d)^2} \right]$$

$$v_{z3} = -\frac{b_x d}{\pi} \left[\frac{z + d}{x^2 + (z + d)^2} + \frac{\frac{3}{4}z((z + d)^2 - x^2)}{(x^2 + (z - d)^2)^2} \right]$$

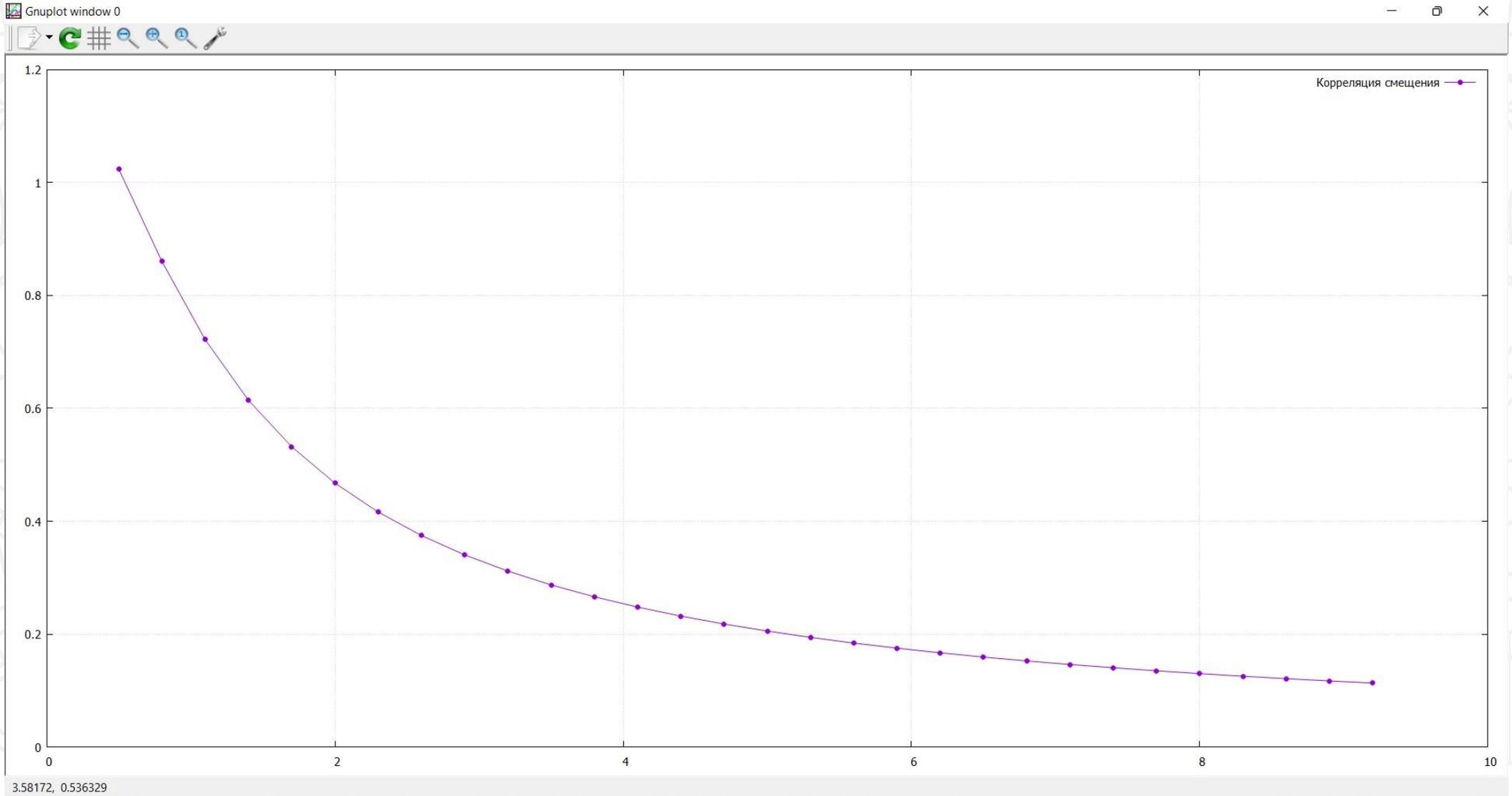
где $x = 1 - \xi_j$

* Корреляционная функция

Теперь можно взять некоторый интервал по z , положить на него сетку и получить корреляционную функцию для случайного процесса $V(x_0, z)$:

$$\langle V_0 * V_1 \rangle$$

Где $V_i = V(x_0, z_i)$.



*Основной принцип методов Монте-Карло

Методы Монте-Карло базируются на принципе представления искомой величины в виде математического ожидания и использовании закона больших чисел:

$$I = E\zeta \approx \frac{S_n}{n}, \quad S_n = \zeta_1 + \zeta_1 + \dots + \zeta_n$$

Для независимых выборочных значений ζ_1, \dots, ζ_n случайной величины ζ

* Основной принцип методов Монте-Карло

$$I = E\zeta \approx \frac{S_n}{n}, \quad S_n = \zeta_1 + \zeta_1 + \dots + \zeta_n$$

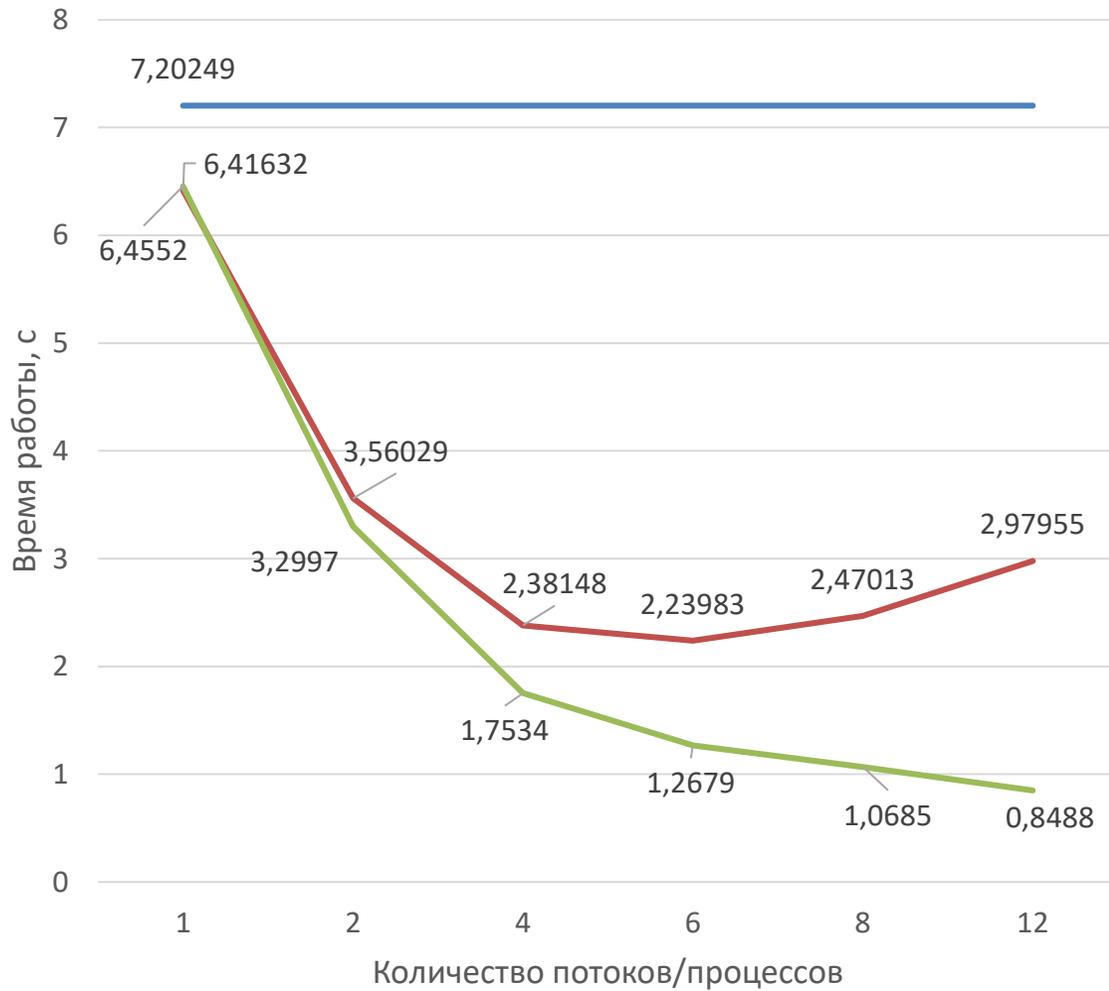
Поэтому ввиду независимости значений, можно разделить работу по их реализации между потоками или процессами.

*Параллелизация программы

Для построения параллельной программы в данной работе использовались библиотеки OpenMP и MPI.

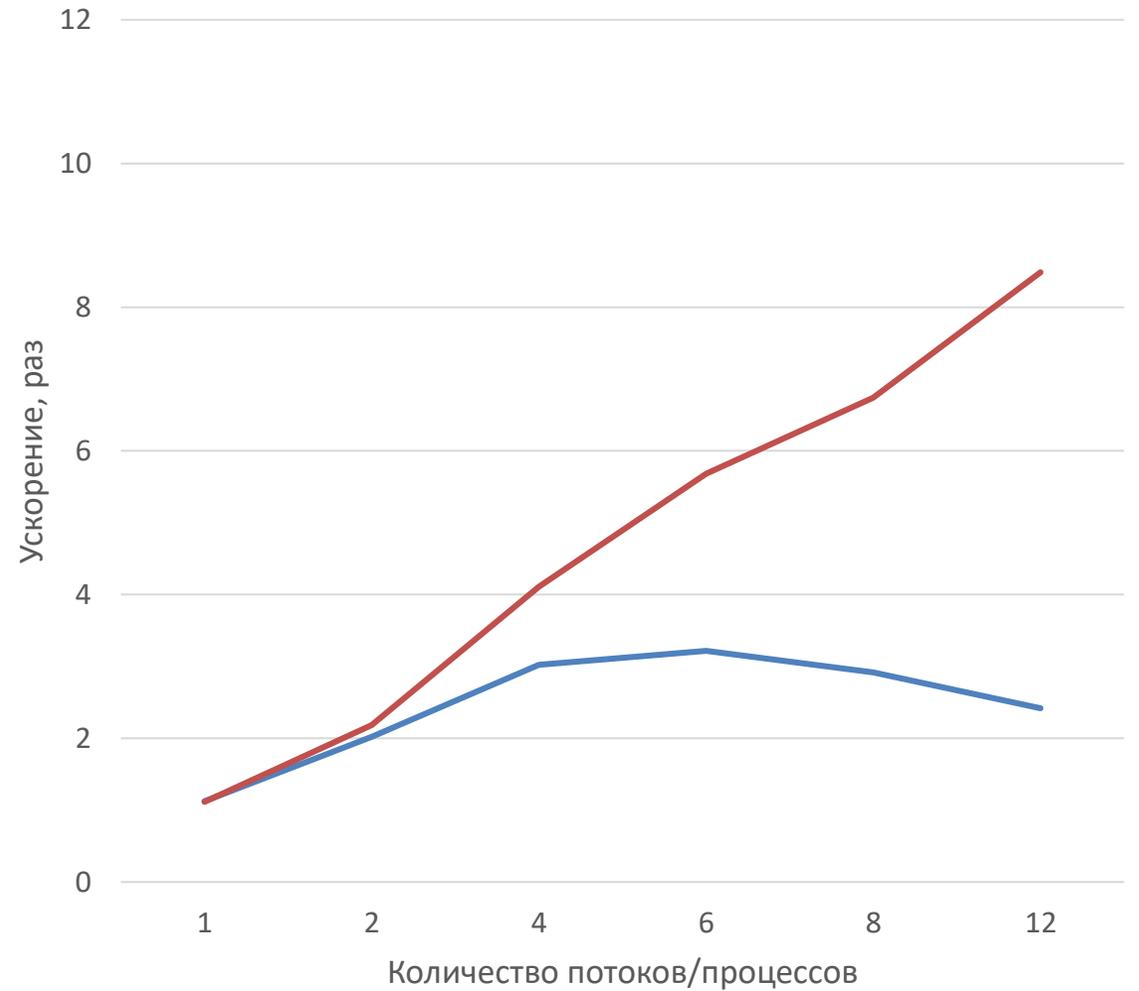
Для тестов использовалась вычислительная машина на базе процессора AMD Ryzen 5 с 6 физическими и 12 логическими ядрами.

Задача 1 , время



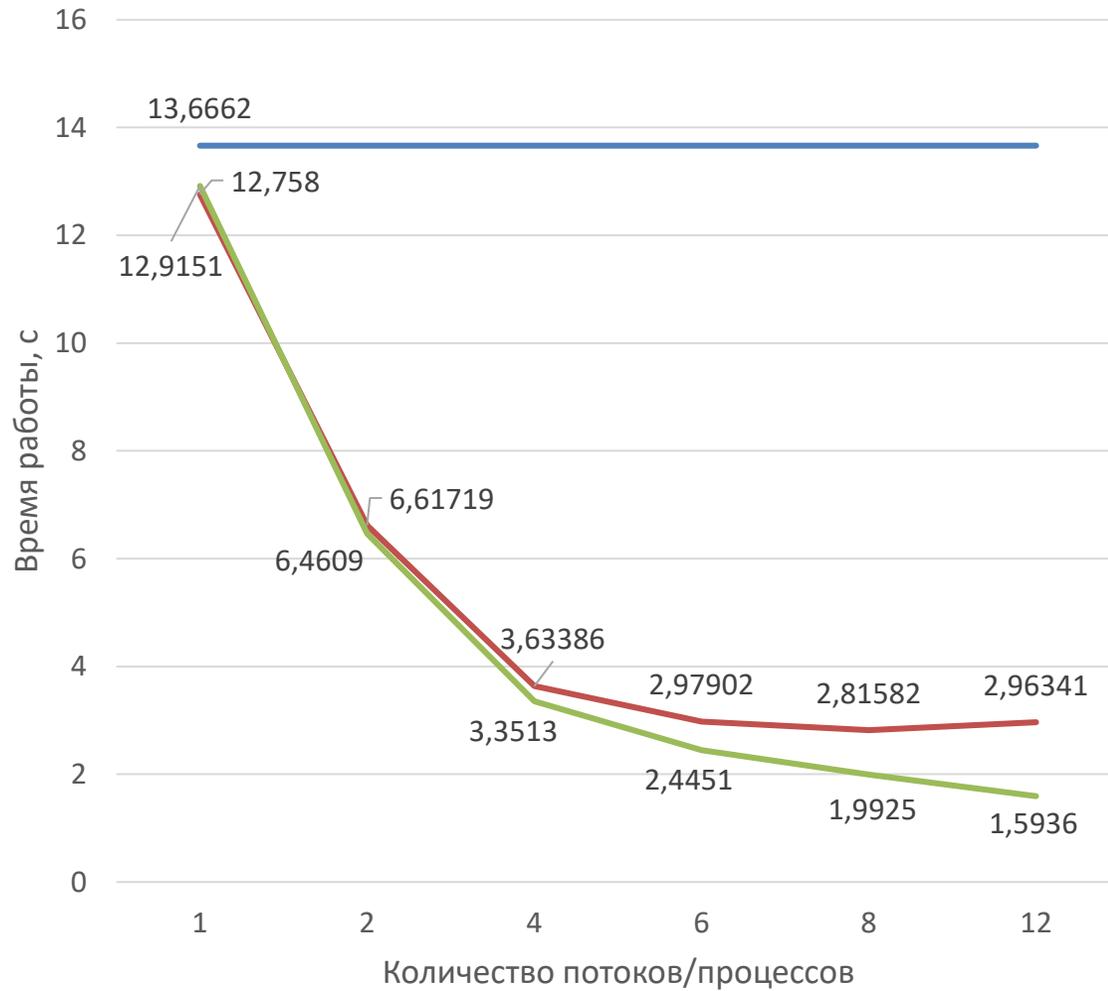
— Последовательная программа — OpenMP — MPI

Задача 1 , ускорение



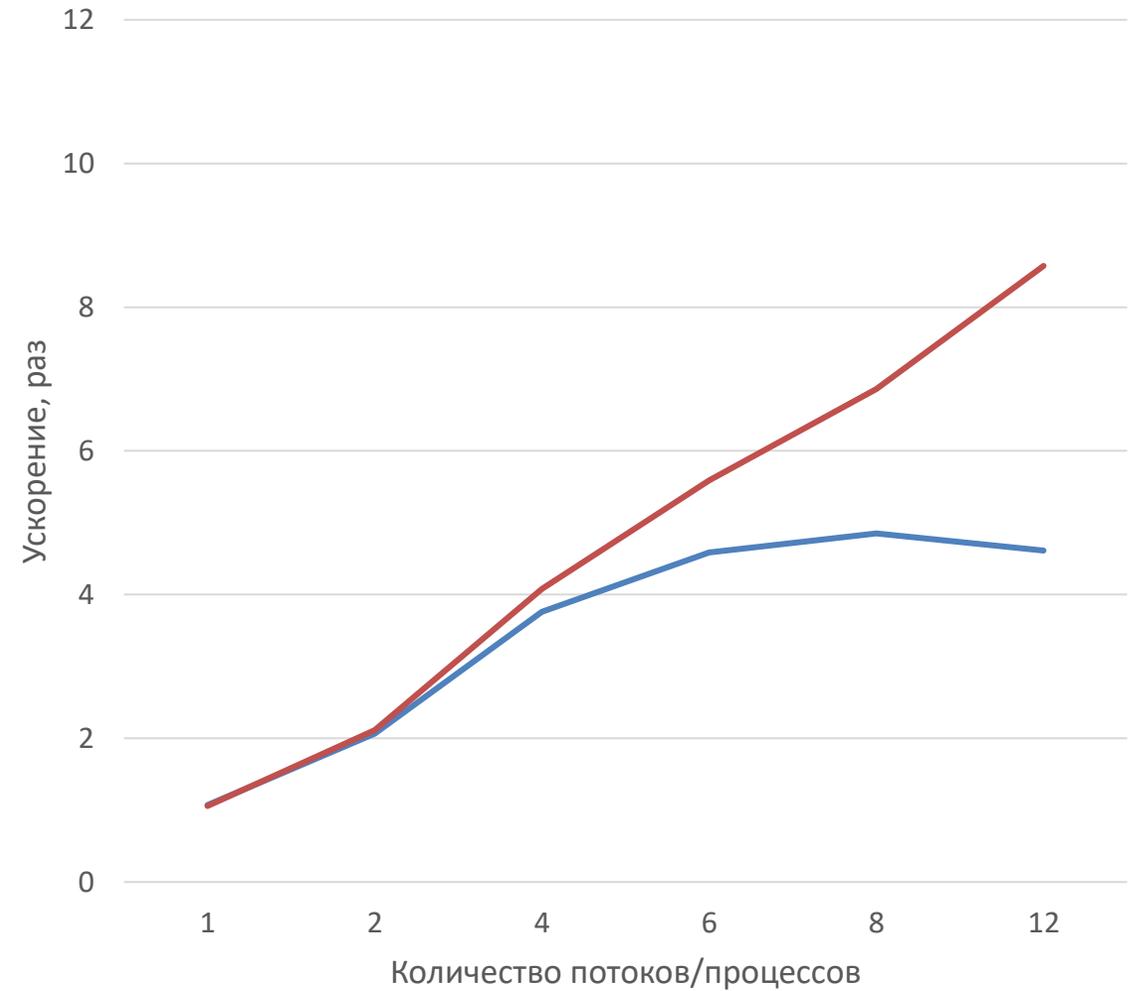
— OpenMP — MPI

Задача 2 , время



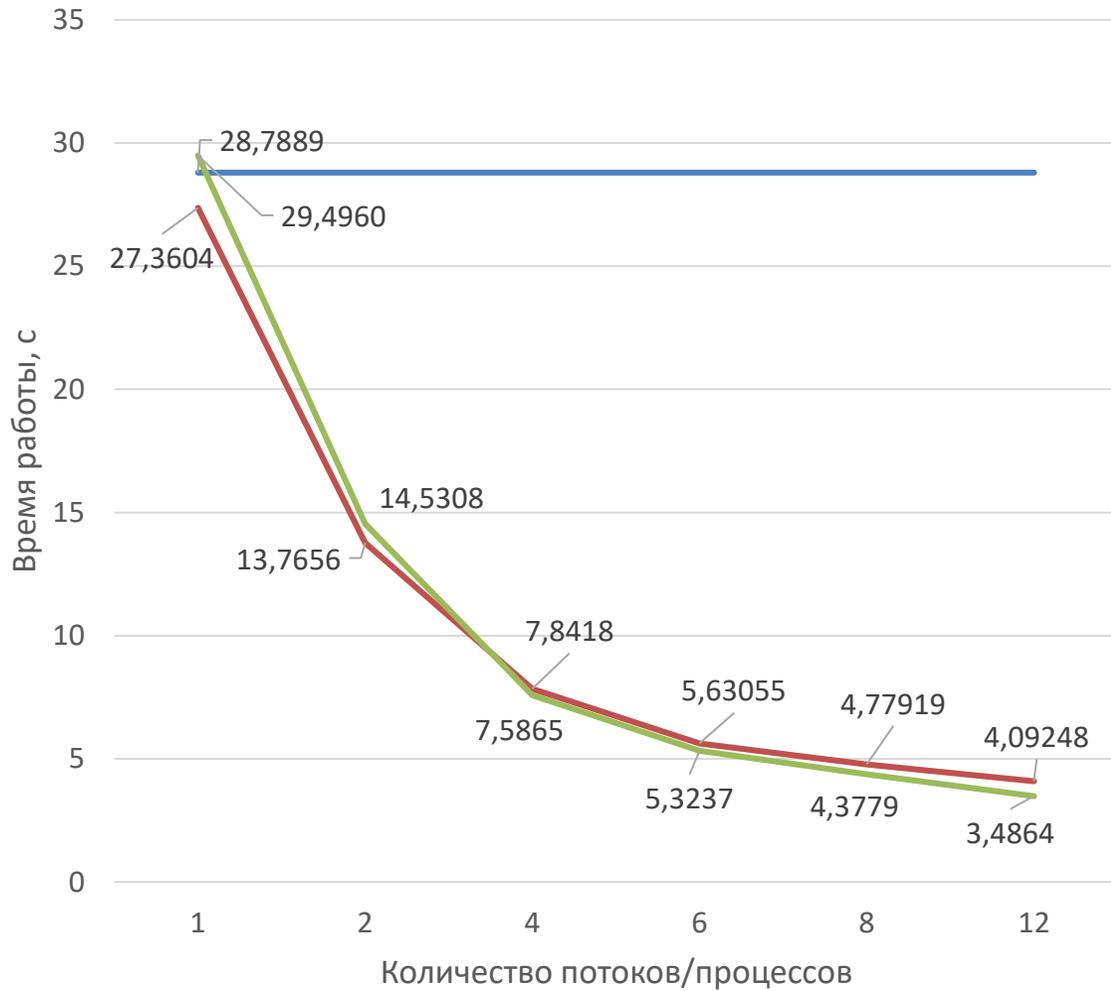
— Последовательная программа — OpenMP — MPI

Задача 2 , ускорение



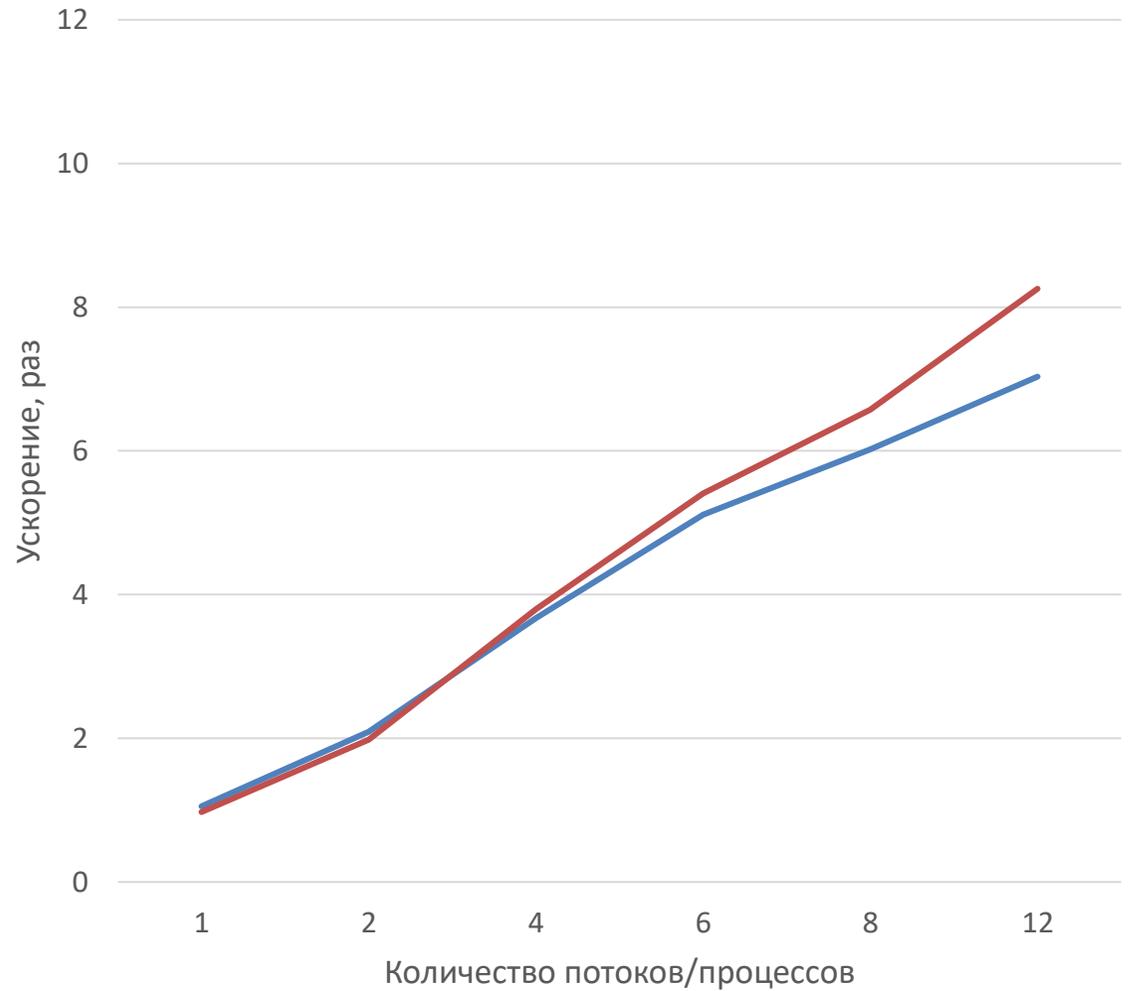
— OpenMP — MPI

Задача 3 , время



— Последовательная программа — OpenMP — MPI

Задача 3 , ускорение



— OpenMP — MPI

*Спасибо за внимание!

Глазков Степан, бакалавр
ММФ НГУ

N*