

Анализ параллельного алгоритма численного решения многокомпонентного многофазного течения в пористых средах на основе GMRES

Исполнитель: Касымбек Н.М.
Магистрант КазНУ им. Аль-Фараби

**XXXIII Летняя школа по параллельному программированию,
12 июля 2019 г**

План доклада

1. Постановка задачи
2. Метод решения (метод обобщенных минимальных невязок)
3. Предобуславливание ILU(o)
4. Параллельный алгоритм
5. Результаты
6. Заключение

1. Постановка задачи

$$m \frac{\partial(\xi_\omega S_\omega)}{\partial t} + \operatorname{div}(\xi_\omega \vec{U}_\omega) = q_\omega$$

$$m \frac{\partial(x_{1o}\xi_o S_o + x_{1g}\xi_g S_g)}{\partial t} + \operatorname{div}(x_{1o}\xi_o \vec{U}_o + x_{1g}\xi_g \vec{U}_g)$$

$$= q_1$$

$$m \frac{\partial(x_{1o}\xi_o S_o + x_{2g}\xi_g S_g)}{\partial t} + \operatorname{div}(x_{2o}\xi_o \vec{U}_o + x_{2g}\xi_g \vec{U}_g)$$

$$= q_2$$

2. Метод обобщенных минимальных невязок (GMRES)

$$Ax = b$$

$$K_m = K_m(A, v) = \text{span}\{v, Av, A^2v, \dots, A^{m-1}v\}$$

Любой вектор x из подпространства Крылова:

$$x = x_0 + V_m y$$

Приближенное решение системы:

$$x_m = x_0 + V_m y_m$$

$$y_m = \arg \min_y \|\beta e_1 - \bar{H}_m y\|$$

$$\bar{H}_m y = \beta e_1$$

3. Предобуславливание

$$P^{-1}Ax = P^{-1}b$$

Предобуславливатель ILU(0):

$$A = LU + R$$

$$P = LU$$

ILU(0)+GMRES

- * $r_0 = P^{-1}(b - Ax_0)$
- * $\beta = \|r_0\|$
- * $v_1 = r_0/\beta$
- * for $i=1,\dots,m$
 - * $w = P^{-1}Av_i$
 - * for $k=1,\dots,i$
 - * $h_{k,i} = (w, v_k)$
 - * $w = w - h_{k,i}v_k$
 - * end k
 - * $h_{i+1,i} = \|w_i\|$
 - * $v_{j+1} = \frac{w}{h_{i+1,i}}$
- * end i
- * $y_m = \arg \min_y \|\beta e_1 - \bar{H}_m y\|$
- * $x_m = x_0 + V_m y_m$

4. Параллельный алгоритм

- * $r_0 = P^{-1}(b - Ax_0)$
- * $\beta = \|r_0\|$
- * $v_1 = r_0/\beta$
- * for $i=1,\dots,m$
 - * $w = P^{-1}Av_i$
 - * for $k=1,\dots,i$
 - * $h_{k,i} = (w, v_k)$
 - * $w = w - h_{k,i}v_k$
 - * end k
 - * $h_{i+1,i} = \|w_i\|$
 - * $v_{j+1} = \frac{w}{h_{i+1,i}}$
- * end i
- * $y_m = \arg \min_y \|\beta e_1 - \bar{H}_m y\|$
- * $x_m = x_0 + V_m y_m$

5. Результаты (Intel MPI)

Размер			500	1 000	2 000	4 000
Время, с	Последовательно	np=1	3,74	48,38	334,24	1 688,74
	MPI	np=8	1,19	7,57	53,82	394,74
		np=64	2,59	12,03	64,16	389,68
		np=128	2,95	12,66	65,25	395,58
		np=256	4,39	17,29	82,75	450,28
		np=512	11,53	42,56	202,01	866,98

5. Результаты (MPICH)

Размер			500	1 000	2 000	4 000
Время, с	Последовательно	np=1	3,74	48,38	334,24	1 688,74
		MPI				
		np=8	0,42	2,02	14,27	90,40
		np=64	107,61	133,47	1 733,80	1 711,00

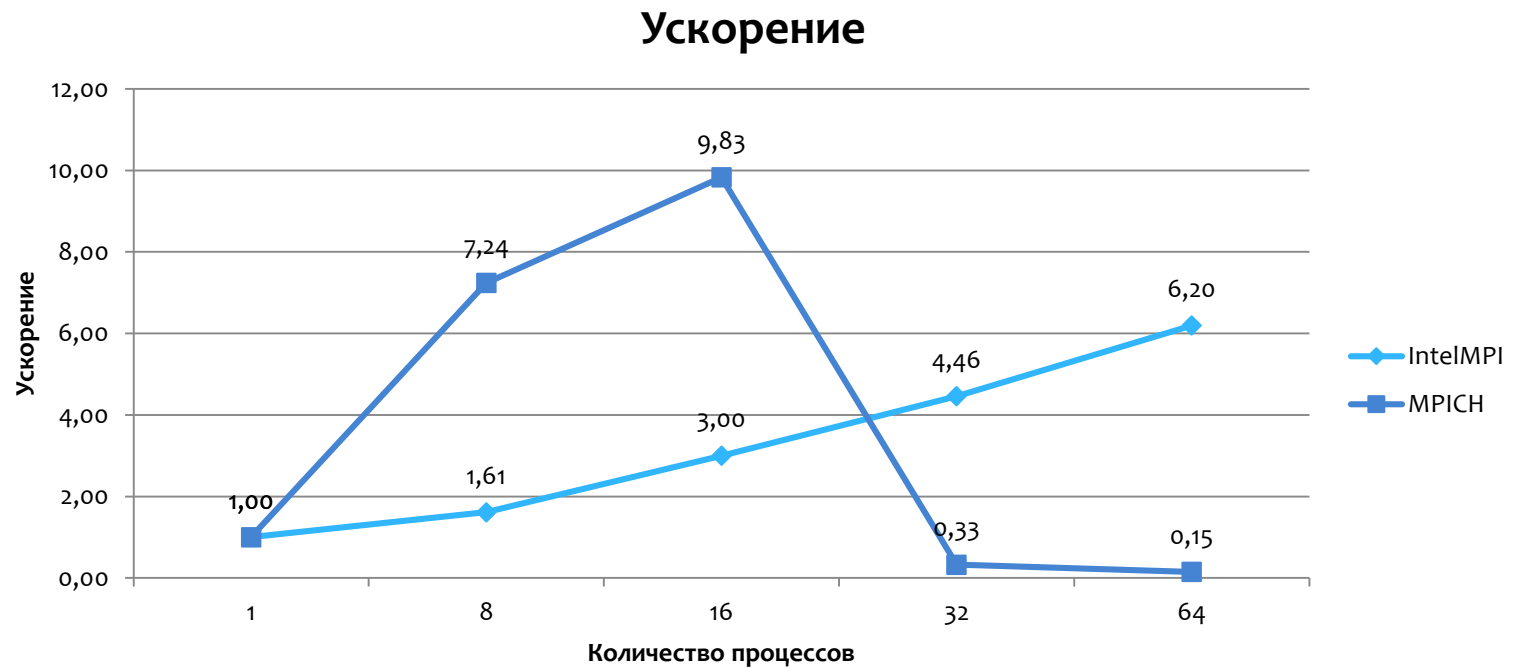
5. Результаты (LuNA)

Размер			500	1 000
Время	Последовательно	np=1	3,74	48,38
	LuNA	np=8	1 338,81	8 412,66

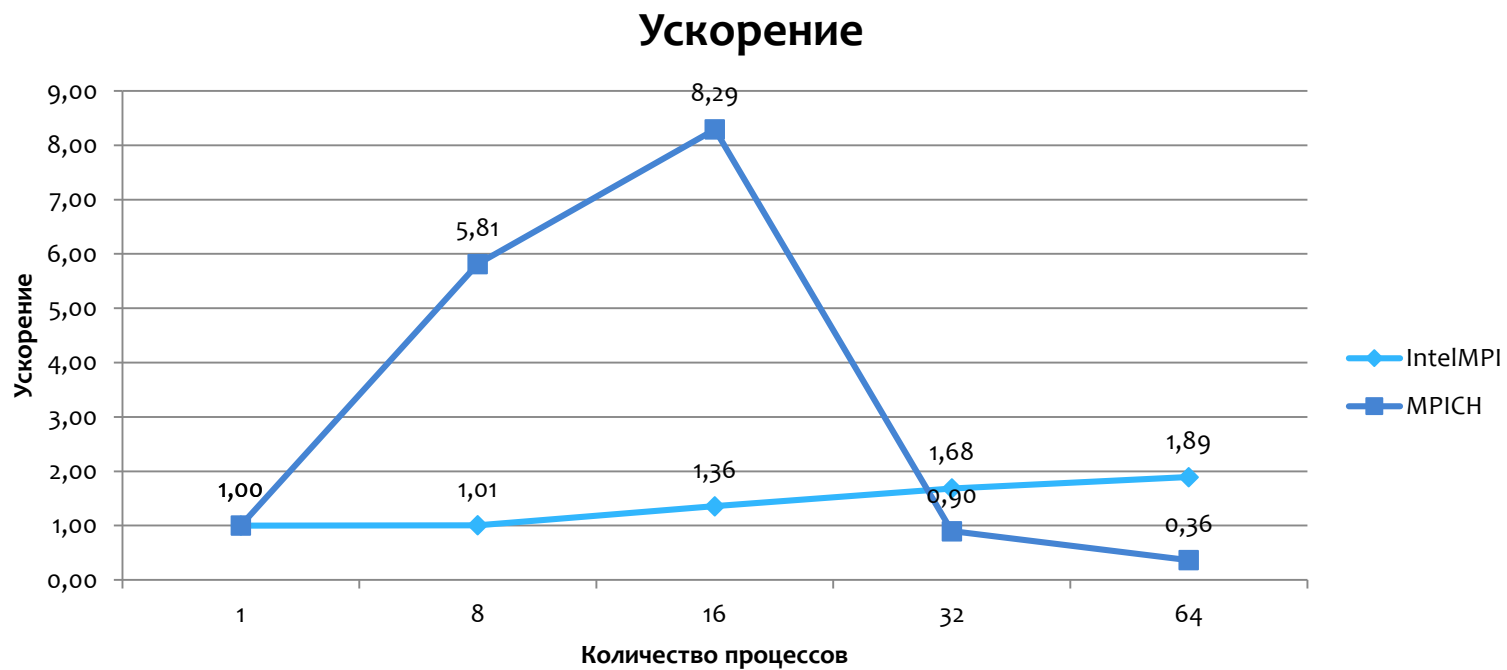
5. Результаты

p - количество процессов	Intel			MPICH		
	Параллельный цикл	Последовательный цикл	Последовательный 1 шаг	Параллельный цикл	Последовательный цикл	Последовательный 1 шаг
8	207,2	332,13	150,79	46,16	57,49	26,01
16	111,41	246,34	152,18	34,007	40,309	26,32
32	74,92	198,37	151,39	1026,93	371,78	168,24
64	53,94	176,46	151,41	2242,83	916,83	300,26

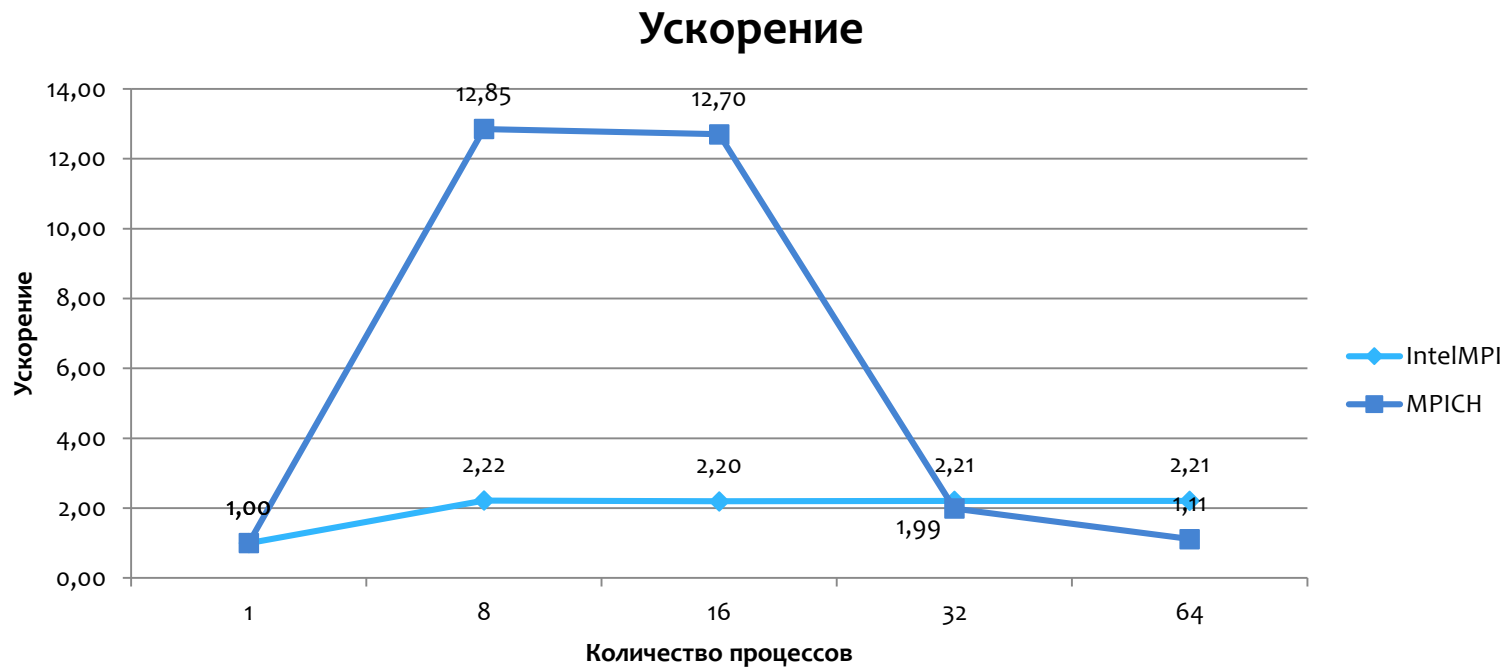
5. Результаты

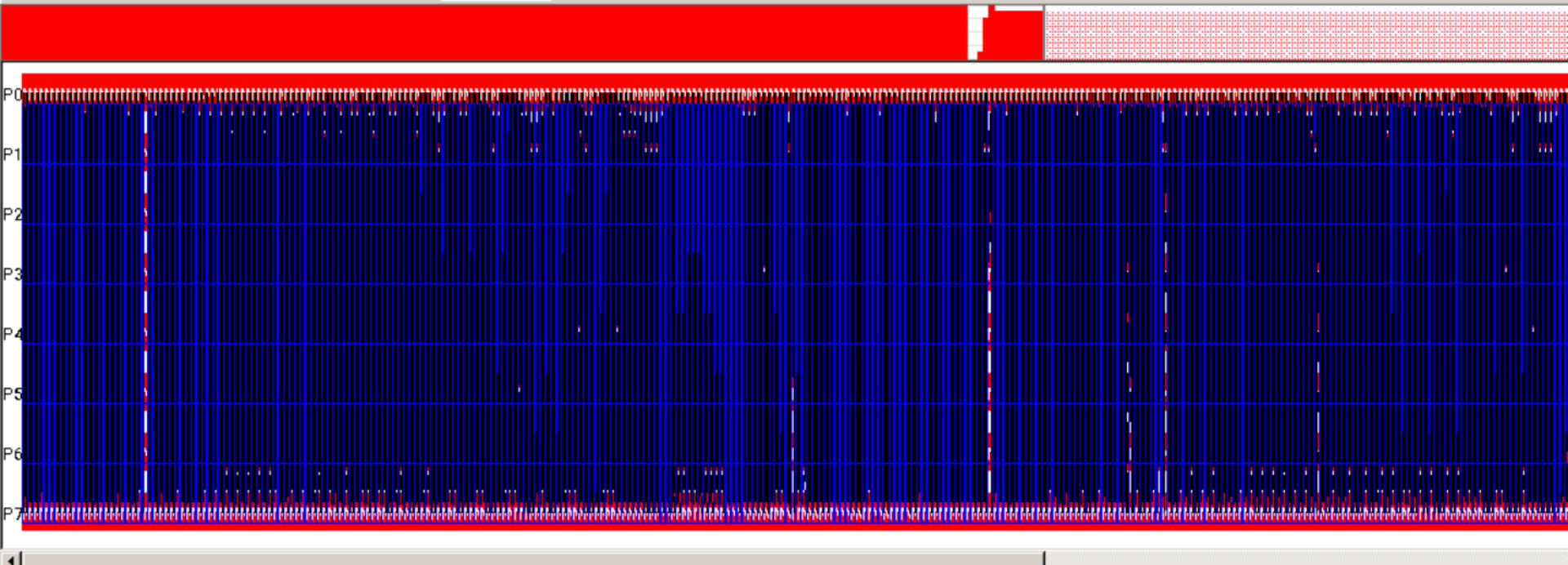


5. Результаты



5. Результаты





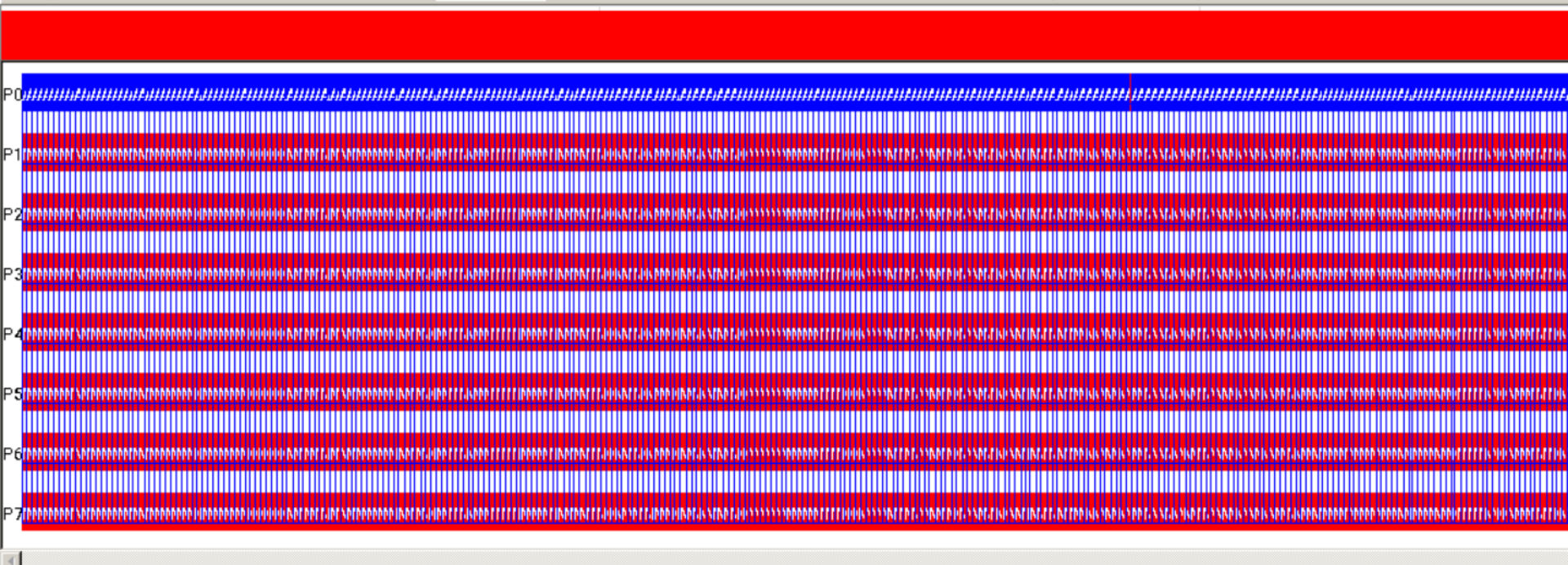
Flat Profile Load Balance Call Tree Call Graph

Group All_Processes

Name	TSelf	TSelf	T Total	#Calls	TSelf /Call
Group All_Processes					
Group Application	120.374		616	8	15.0468
Group VT_API	3.54393		3.54393	1	3.54393
Group MPI	492.082		495.625	99663839	4.93741e-6

Total Time [s] (Collective Op)

	P0	P1	P2	P3	P4
MPI_Bcast	58.9246	58.993	58.9909	58.9913	59.0617
MPI_Scatter	19e-6	1.433e-3	1.433e-3	1.428e-3	1.421e-3
MPI_Scatterv	21.849e-3	22.024e-3	21.387e-3	21.412e-3	21.538e-3
MPI_Allgather	5.93621	5.81683	6.02302	5.73416	6.71855
MPI_Allgatherv	164.796e-3	181.724e-3	194.455e-3	207.836e-3	220.518e-3
MPI_Reduce	61e-6	48e-6	2.309e-3	4.558e-3	6.948e-3
Sum	65.1425	68.7177	72.4734	75.7744	80.4205
Mean	9.30607	9.81681	10.3533	10.8249	11.4887
StdDev	20.3581	20.189	20.0653	20.0342	20.0593



Flat Profile Load Balance Call Tree Call Graph

Group All_Processes

Name	TSelf	TSelf	T Total	#Calls	TSelf /Call
Group All_Processes					
Group Application	52.5166		278.659	8	6.56457
Group MPI	226.142		226.142	20688528	10.9308e-6

Total Time [s] (Collective Op)

	P0	P1	P2	P3	P4
MPI_Bcast	3.73998	3.75075	3.69733	3.81359	3.72468
MPI_Gatherv	208.569e-3	34.087e-3	35.002e-3	37.795e-3	37.334e-3
MPI_Scatter	26e-6	1.409e-3	1.406e-3	1.4e-3	1.39e-3
MPI_Scatterv	118.95e-3	27.668	27.6541	27.6584	27.642
MPI_Allgather	23.692e-3	46.451e-3	49.258e-3	47.171e-3	49.976e-3
MPI_Allgatherv	248.562e-3	256.457e-3	266.187e-3	251.913e-3	291.789e-3
MPI_Reduce	68e-6	57e-6	77e-6	74e-6	1e-3
Sum	4.33985	31.7572	31.7034	31.8103	31.7481
Mean	619.978e-3	4.53674	4.52905	4.54433	4.53545

Заключение

- * Был реализован параллельный алгоритм $ILU(o)+GMRES$
- * На основе параллельного разработали фрагментированный алгоритм
- * Проведены тесты и анализы
- * В дальнейшем планируется реализовать алгоритм $NewtonGMRES(m)$



Спасибо за внимание!