

Краевая задача фильтрации многофазной жидкости. Численное решение. Фрагментация алгоритмов

Д.В. Лебедев¹

¹Казахский Национальный Университет им. Аль Фараби, г. Алматы

Общая постановка задачи

Задача моделирования добычи нефти.

Два основных этапа добычи

- Уравнения фильтрации
- Учет скважин

Проблемы

- Разрывные функции
- Зависимость коэффициентов

Математическая модель одномерной краевой задачи фильтрации

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[K_0 \left(1 + C_f P_h (P_0 - 1) \right) \left(\frac{\partial P_0}{\partial x} - \frac{\gamma_0 L}{P_h} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[K_w \left(\frac{\partial P_0}{\partial x} - \frac{\partial P_{cow}}{\partial x} - \gamma_w \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] = \\ & = C_f P_H \frac{\partial}{\partial \tau} (S_0 P_0) + \frac{\partial}{\partial \tau} [(1 - C_f P_H) S_0] + \frac{\mu_w}{\mu_o} \frac{\partial S_w}{\partial \tau} + \frac{\mu_o L^2}{K \rho_H P_H} (q_w + q_0) \\ & \frac{\partial}{\partial x} \left[K_w \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] = \frac{\mu_w}{\mu_o} \frac{\partial S_w}{\partial \tau} + \frac{\mu_o L^2}{K \rho_H P_H} q_w \end{aligned}$$

$$P_o - P_w = P_{cow}$$

$$S_o = 1 - S_w, q_o = 1 - q_w$$

$$\begin{cases} P_0(x, 0) = P_0^H(x), P_w(x, 0) = P_w^H(x) \\ S_0(x, 0) = S_0^H(x), S_w(x, 0) = S_w^H(x) \end{cases}, \quad 0 < x < L$$

$$\left. \frac{\partial P_l}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \left. \frac{\partial P_l}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad l = (o, w)$$

Алгоритмы решения

- Явный по давлению, - явный по насыщенности
- IMPES метод
- Неявный по давлению, - неявный по насыщенности

Алгоритм решения

$$a_i^{(r-1)} P_{oi-1}^{(r)} - b_i^{(r-1)} P_{oi}^{(r)} + c_i^{(r-1)} P_{oi+1}^{(r)} = -f_i^{(r-1)}, i = 1, N - 1$$

$$q_w = \frac{KK_w}{\mu_w} \left(\frac{dP_w}{dx} - \gamma_w \frac{dz}{dx} \right)$$

$$S_{wi}^{(l)} = \bar{S}_{wi} + \frac{\mu_o \tau}{\mu_w h^2} \left[K_{wi+1/2}^{(l-1)} \left(P_{wi+1} - P_{wi} - \gamma_w \frac{L}{P_H} (z_{i+1} - z_i) \right) - K_{wi-1/2}^{(l-1)} \left(P_{wi} - P_{wi-1} - \gamma_w \frac{L}{P_H} (z_i - z_{i-1}) \right) \right] - \frac{\mu_o^2 \tau L^2}{\mu_w K \rho_w P_H} q_w$$

Фрагментированный алгоритм

$$P O_i^{(r)} = z_{j-1} \cdot u_i + z_j \cdot v_i + w_i$$

$$\begin{cases} a_i^{(r-1)} \cdot u_{i-1} - b_i^{(r-1)} \cdot u_i + c_i^{(r-1)} \cdot u_{i+1} = 0 \\ u_{(j-1)*m} = 1, u_{j*m} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_i^{(r-1)} \cdot v_{i-1} - b_i^{(r-1)} \cdot v_i + c_i^{(r-1)} \cdot v_{i+1} = 0 \\ v_{(j-1)*m} = 0, v_{j*m} = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_i^{(r-1)} \cdot w_{i-1} - b_i^{(r-1)} \cdot w_i + c_i^{(r-1)} \cdot w_{i+1} = -f_i \\ w_{(j-1)*m} = 0, w_{j*m} = 0 \end{cases}$$

Тестирование одномерной задачи



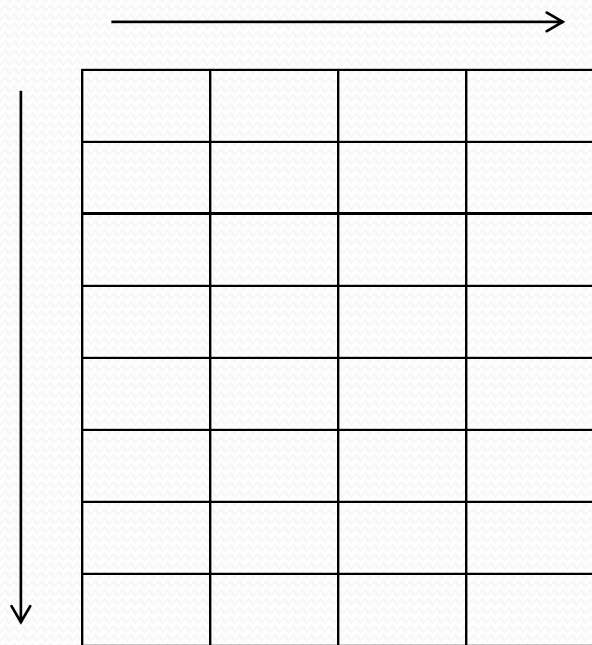
Математическая модель двумерной краевой задачи фильтрации

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial}{\partial x} \left[K_w \left(\frac{\partial P_w}{\partial x} - \gamma_w \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_w \left(\frac{\partial P_w}{\partial y} - \gamma_w \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] = \frac{\mu_w}{\mu_o} \frac{\partial S_w}{\partial \tau} + \frac{\mu_w L^2}{K \rho_w P_H} q_w \\
 \frac{\partial}{\partial x} \left[K_o \left(\frac{\partial P_o}{\partial x} - \gamma_o \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_o \left(\frac{\partial P_o}{\partial y} - \gamma_o \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] = \\
 = \frac{\partial S_o}{\partial \tau} + \frac{\mu_o L^2}{K \rho_o P_H} q_o \\
 + \frac{\partial}{\partial x} \left[R_s K_o \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial x} - \gamma_o \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[R_s K_o \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \frac{\partial P_{cog}}{\partial y} - \gamma_o \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] + \\
 \frac{\mu_o P_H}{\mu_g \rho_o RTZ} \frac{\partial}{\partial x} \left[K_g P_g \left(\frac{\partial P_g}{\partial x} - \gamma_g \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial x} \right) \right] + \frac{\mu_o P_H}{\mu_g \rho_o RTZ} \frac{\partial}{\partial y} \left[K_g P_g \left(\frac{\partial P_g}{\partial y} - \gamma_g \frac{L}{P_H} \frac{\partial z}{\partial y} \right) \right] = \\
 = \frac{\partial}{\partial \tau} (R_s S_o) + \frac{P_H}{\rho_o RTZ} \frac{\partial}{\partial \tau} (P_g S_g) + \frac{\mu_o L^2}{K \rho_o P_H} (R_s q_o + q_g) \\
 P_o - P_w = P_{cow} \\
 P_g - P_o = P_{cog} \\
 S_w + S_o + S_g = 1
 \end{array} \right.$$

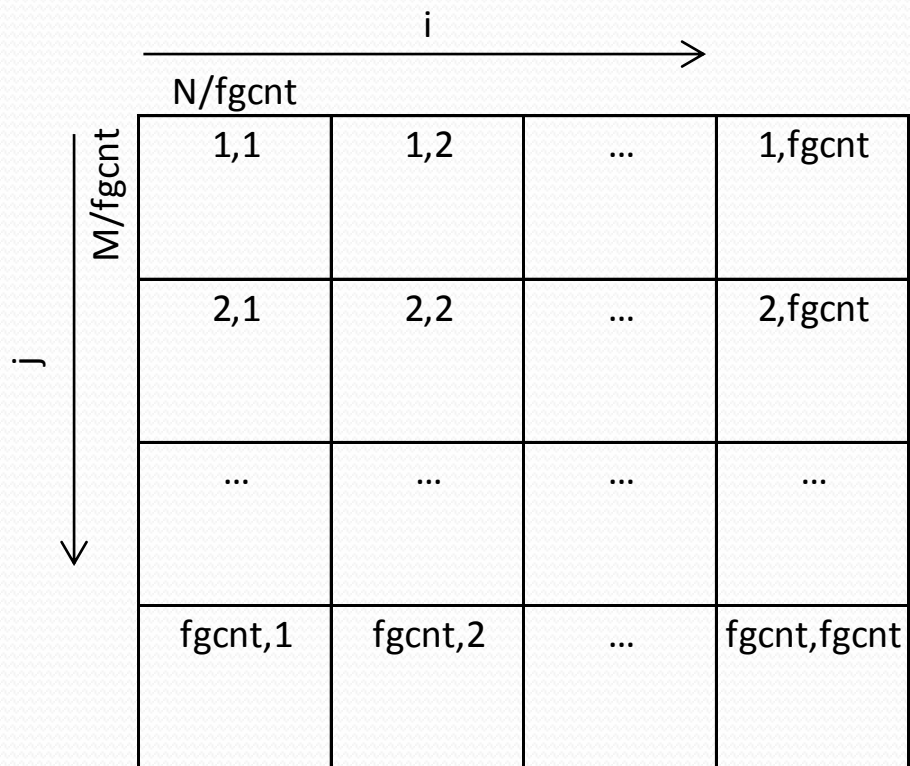
Численные методы

- Метод продольно-поперечных направлений
- Метод верхней релаксации
- Попеременно-треугольный метод

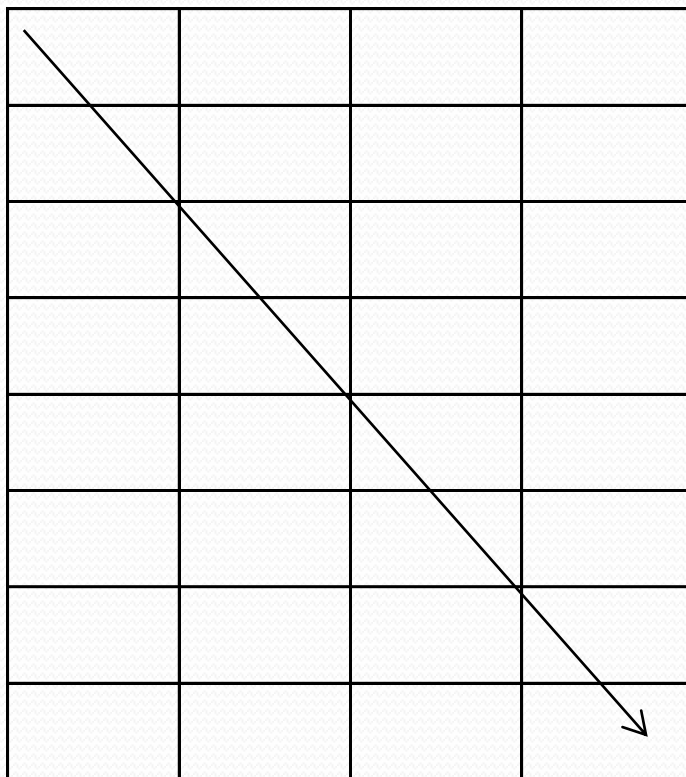
Метод продольно-поперечных направлений



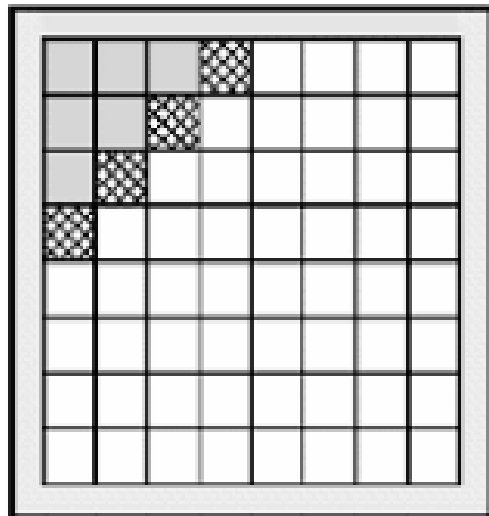
Параллельный вариант продольно-поперечных направлений



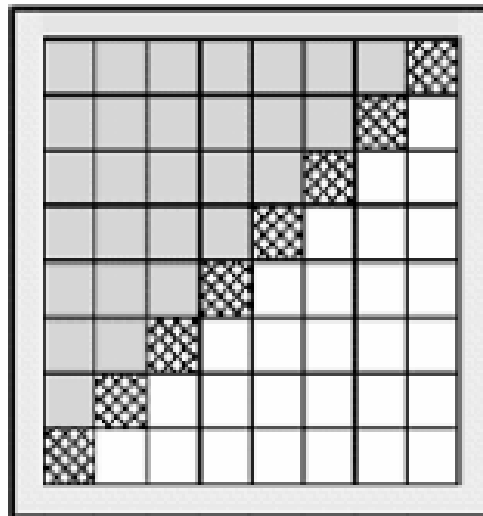
Метод верхней релаксации



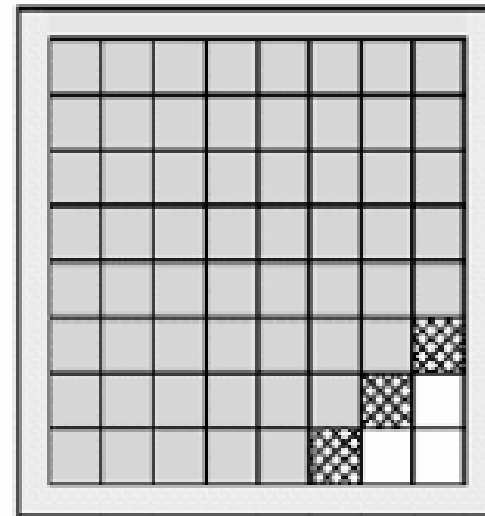
Волновой метод





Нарастание волны





Пик волны

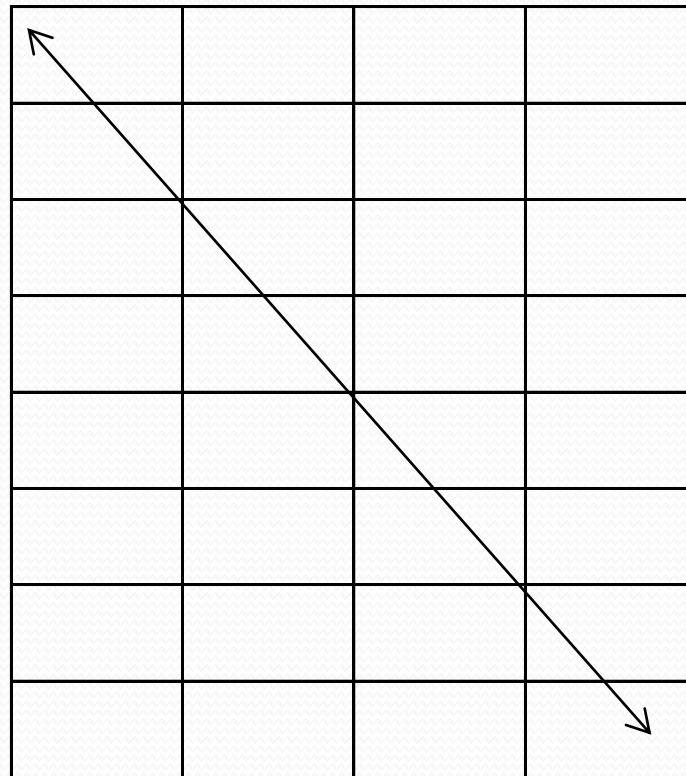


Затухание волны

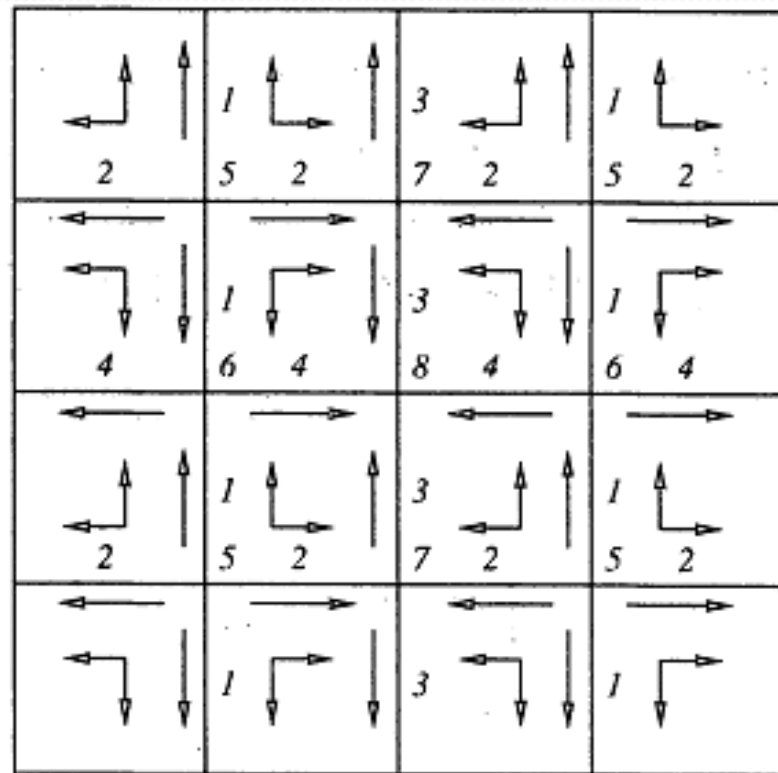
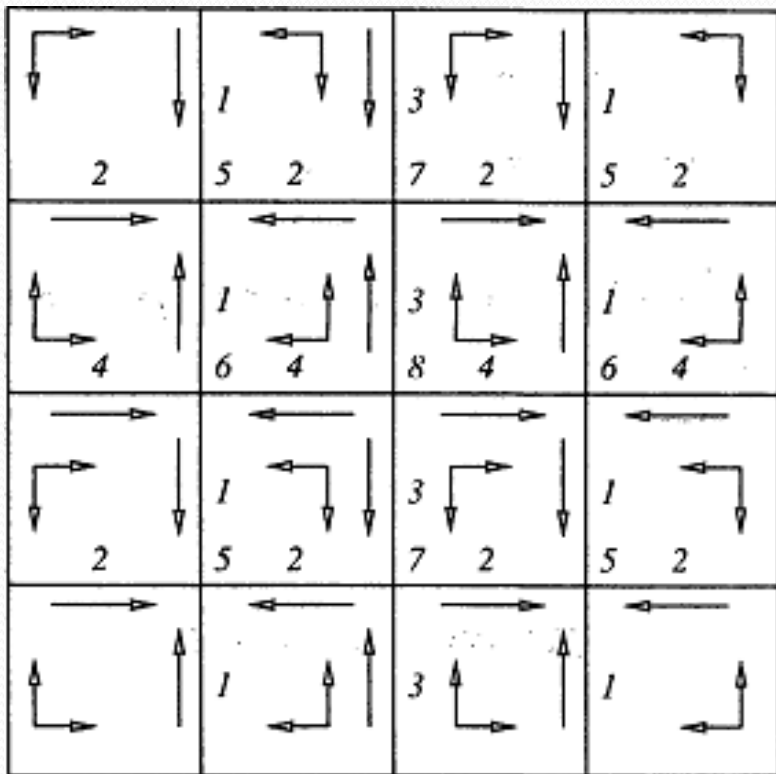
-  Граничные значения
-  Значения текущей итерации

-  Значения предшествующей итерации
-  Узлы, в которых могут быть пересчитаны значения

Попеременно-треугольный метод



Фрагментирование попеременно-треугольного метода



Планируемые работы

- Разработка эффективного параллельного алгоритма
- Разработка эффективного фрагментированного алгоритма
- Реализация трехмерной трехфазной задачи фильтрации
- Введение в задачу «компонентности» нефти



Спасибо за внимание!