

Вариант №12

1. Доказать, что $(A_1 \cap \dots \cap A_n) \div (B_1 \cap \dots \cap B_n) \subseteq (A_1 \div B_1) \cup \dots \cup (A_n \div B_n)$
2. Доказать, что f удовлетворяет условию $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ для любых A и B тогда и только тогда, когда f есть 1-1- функция.
3. Доказать, что множество всех подмножеств данного множества частично упорядочено отношением включения \subseteq .
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом: $a < c$, $a < b$, $a < d$. Будет ли отношение $\leq = \{< x, y > \mid x < y \text{ или } x = y\}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из окружностей с центром в точке $(1;1)$. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколько существует чисел от 0 до 10^n (10 в степени n), в которые не входят две идущие друг за другом одинаковые цифры?
7. В кошельке лежат монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 копеек, по одной монете каждого достоинства. Сколькими способами можно уплатить этими монетами за покупку стоимостью 73 коп.?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,
е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .
11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.
 А = «Машина»
 Б = «Водитель»
12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	2	7	9	10	10	10	10	13	13	13	18	18
f2	0	3	3	5	9	9	13	15	15	18	18	22	22
f3	0	2	2	4	11	11	18	24	28	29	29	34	35
f4	0	2	4	4	8	8	14	17	17	17	19	20	20

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 5x_{n-1} - 4x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 4$. Найти x_n .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 4 деталей или на складе «2» вместимостью не более 5 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 8 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.