

Вариант №16

1. Доказать, что если $A \subseteq B$, то $f^{-1}(A) \subseteq f^{-1}(B)$ для любой функции f .
2. Пусть R_1 и R_2 отношения эквивалентности на множестве A . Доказать, что $R_1 \cup R_2$ – эквивалентность $\Leftrightarrow R_1 \cup R_2 = R_1 \cdot R_2$.
3. Доказать или опровергнуть, что если отношения R_1 и R_2 антисимметричны, то антисимметричны и отношения $R_1 \cup R_2, R_1 \cap R_2, R^{-1}, R_1 \cdot R_2^{-1}$.
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом: $a < d, b < d, c < d$. Будет ли отношение $\leq = \{ \langle x, y \rangle \mid x < y \text{ или } x = y \}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из прямых с углом наклона $\pi/5$. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколькими способами можно разместить n одинаковых шаров по m различным урнам при следующем условии: в i -й урне число шаров не равно a_i ($i = 1, 2, \dots, m$).
7. В кошельке лежат монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 копеек, по одной монете каждого достоинства. Сколькими способами можно уплатить этими монетами за покупку стоимостью 73 коп.?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,
е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .

11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Гид»

Б = «Турист»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	1	6	12	12	13	17	18	18	19	22	23	26
f2	0	4	6	7	12	12	14	15	19	19	19	21	21
f3	0	5	5	5	7	7	8	10	10	10	13	14	16
f4	0	1	1	1	7	7	7	11	18	18	20	27	27

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 7x_{n-1} - 12x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 4$. Найти x_n .

14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 5 деталей или на складе «2» вместимостью не более 4 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 8 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.