

Вариант №5

1. Доказать, что всякое множество есть:
 - а) объединение всех своих подмножеств;
 - б) объединение всех своих конечных подмножеств;
 - в) объединение всех своих одноэлементных подмножеств;
2. Доказать, что отношение R на множестве A является одновременно эквивалентностью и частичным порядком в том и только том случае, когда $R = i_A$.
3. Доказать, что для любой функции $f: f(A \cap B) \subseteq f(A) \cap f(B)$.
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом:
 $b < a, a < c, a < d$. Будет ли отношение $\leq = \{< x, y > \mid x < y \text{ или } x = y\}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из прямых с углом наклона $\pi/4$. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. В мешке находятся n различных пар обуви. Из мешка наугад извлекаются k единиц обуви ($k \leq n$). Найти вероятность того, что в выборку не попадёт двух единиц обуви, составляющих одну пару.
7. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
 - а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
 - б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
 - а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
 - б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
 - в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
 - г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
 - д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,

е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .

11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Продавец»

Б = «Покупатель»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	0	0	3	3	7	9	9	9	9	13	13	15
f2	0	1	3	3	4	4	6	6	6	9	9	9	9
f3	0	3	6	6	6	6	7	10	12	12	15	16	16
f4	0	0	3	3	6	6	6	7	9	9	9	11	13

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 3$. Найти x_n .

14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 2 деталей или на складе «2» вместимостью не более 3 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 4 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.