

Вариант №13

1. Определить операции \cup, \cap, \setminus через \setminus, \div
2. Доказать, что объединение (пересечение) двух функций f_1 и f_2 из A в B является функцией из A в B тогда и только тогда, когда $f_1 = f_2$.
3. Доказать, что если f есть функция из A в B и g есть функция из B в C , то $f \cdot g$ есть функция из A в C .
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом:
 $b < a, a < c, a < d$. Будет ли отношение $\leq = \{ \langle x, y \rangle \mid x < y \text{ или } x = y \}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из окружностей с центром в точке $(-1; 1)$. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколькими способами можно разместить n одинаковых шаров по m различным урнам при условии, что пустых урн нет.
7. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
 - а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
 - б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
 - а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
 - б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
 - в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
 - г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
 - д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,
 - е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .
11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Трактор»

Б = «Тракторист»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	5	7	8	9	9	9	9	15	15	18	19	19
f2	0	0	3	9	12	12	14	14	17	22	22	22	22
f3	0	2	7	11	11	11	15	17	17	21	21	21	23
f4	0	0	0	5	5	9	13	17	18	19	22	23	23

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 3x_{n-1} - 2x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 2$. Найти x_n .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 3 деталей или на складе «2» вместимостью не более 5 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 6 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.