

Вариант №8

1. Доказать, что $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow \bar{A} \cup B = U$.
2. Доказать, что объединение (пересечение) двух функций f_1 и f_2 из A в B является функцией из A в B тогда и только тогда, когда $f_1 = f_2$.
3. Пусть f и g – функции. При каких условиях:
 - а) f^{-1} является функцией;
 - б) $f \cdot g$ является 1-1-функцией?
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом:
 $a < d, b < d, c < d$. Будет ли отношение $\leq = \{ \langle x, y \rangle \mid x < y \text{ или } x = y \}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из прямых, параллельных оси абсцисс. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколько существует чисел от 0 до 10^n , у которых сумма цифр равна k , где $k \leq 9$?
7. В кошельке лежат монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 копеек, по одной монете каждого достоинства. Сколькими способами можно уплатить этими монетами за покупку стоимостью 73 коп.?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
 - а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
 - б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
 - а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
 - б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
 - в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
 - г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
 - д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,
 - е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .

11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Стюардесса»

Б = «Пассажир»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	3	6	6	6	9	13	14	14	14	18	23	23
f2	0	4	7	9	9	12	12	14	19	19	21	21	22
f3	0	1	3	4	7	7	8	8	10	10	17	17	18
f4	0	2	3	3	3	3	5	7	7	8	10	10	11

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 6x_{n-1} - 5x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 5$. Найти x_n .

14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 3 деталей или на складе «2» вместимостью не более 5 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 6 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.