

Вариант №2

1. Пусть $A, B \neq \emptyset$ и $(A \times B) \cup (B \times A) = (C \times D)$. Доказать, что $A = B = C = D$.
2. Пусть R – бинарное отношение на A . Доказать, что $R = i_A$ тогда и только тогда, когда $R \cdot R_1 = R_1 \cdot R = R_1$ для любого отношения R_1 на A .
3. Доказать или опровергнуть, что если отношения R_1 и R_2 симметричны, то симметричны и отношения $R_1 \cup R_2, R_1 \cap R_2, R^{-1}, R_1 \cdot R_2^{-1}$.
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом: $a < c, c < d, a < d, b < c$. Будет ли отношение $\leq = \{ \langle x, y \rangle \mid x < y \text{ или } x = y \}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из окружностей с центром в точке $(1; 1)$. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколько существует 10-значных чисел, сумма цифр которых равна 8?
7. Человек имеет 10 друзей и в течение нескольких дней приглашает некоторых из них в гости так, что компания ни разу не повторяется (в какой-то один из дней он может не приглашать никого). Сколько дней он может так делать?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
 - а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
 - б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
 - а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
 - б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
 - в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
 - г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
 - д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,
 - е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .
11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.
 А = «Машина»
 Б = «Водитель»
12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

х	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	0	0	5	8	12	12	14	14	19	22	22	25
f2	0	3	10	10	10	11	14	14	15	17	19	21	24
f3	0	0	3	5	9	10	10	16	16	20	21	21	23
f4	0	3	3	3	11	12	12	13	19	20	21	21	23

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 5x_{n-1} - 4x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 4$. Найти x_n .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 4 деталей или на складе «2» вместимостью не более 5 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 8 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.