

Вариант №3

1. Доказать, что $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \setminus B = \emptyset \Leftrightarrow \bar{A} \cup B = U$
2. Доказать, что объединение (пересечение) двух функций f_1 и f_2 из A в B является функцией из A в B тогда и только тогда, когда $f_1 = f_2$.
3. Доказать, что множество всех подмножеств данного множества частично упорядочено отношением включения \subseteq .
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом:
 $a < c, b < c$. Будет ли отношение $\leq = \{< x, y > | x < y \text{ или } x = y\}$ – частичным порядком.
Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из окружностей с центром в точке $(-1; 1)$.
Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколькими способами можно составить комиссию из 5 человек, выбирая ее членов из 12 супружеских пар, но так, чтобы члены одной семьи не входили в комиссию одновременно?
7. За посылку бандероли надо уплатить 18 коп. Сколькими способами можно оплатить ее марками стоимостью в 4, 6, 10 копеек, если два способа, отличающиеся порядком марок, считаются различными?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,
е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .
11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.
 А = «Трактор»
 Б = «Тракторист»
12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	3	9	14	19	21	21	21	23	24	28	28	28
f2	0	7	9	14	15	15	17	17	18	18	19	20	20
f3	0	3	4	6	6	7	7	7	10	10	11	11	17
f4	0	2	2	5	5	9	14	14	14	14	17	21	23

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 5x_{n-1} - 4x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 4$. Найти x_n .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 3 деталей или на складе «2» вместимостью не более 5 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 6 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.