

Вариант №4

1. Доказать, что если некоторое отношение R на A иррефлексивно и транзитивно, то отношение $x \leq y \Leftrightarrow (x, y) \in R$ или $x = y$ есть частичный порядок на A .
2. Доказать, что для того, чтобы отношение $R \subseteq A \times B$ было взаимно однозначным соответствием между A и B , необходимо и достаточно, чтобы $R \cdot R^{-1} = i_A$ и $R^{-1} \cdot R = i_B$.
3. Доказать, что для любой функции $f: f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$.
4. Дано множество $A = \{a, b, c, d\}$, отношение $<$ определено следующим образом: $a < c$, $a < b$, $a < d$. Будет ли отношение $\leq = \{< x, y > \mid x < y \text{ или } x = y\}$ – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества A .
5. Разбиение плоскости D^2 состоит из прямых с углом наклона $\pi/3$. Выписать отношение эквивалентности R , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Между двумя игроками проводится n партий, причем каждая партия кончается или выигрышем, или проигрышем, и всевозможные исходы партий равновероятны. Найти вероятность того, что определённый игрок выиграет ровно m партий, $0 \leq m \leq n$.
7. В кошельке лежат монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 копеек, по одной монете каждого достоинства. Сколькими способами можно уплатить этими монетами за покупку стоимостью 73 коп.?
8. Какая функция получается из g и h с помощью схемы примитивной рекурсии:
а) $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$,
б) $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$.
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
а) $\left[\frac{x}{y} \right]$ – частное от деления x на y (здесь $\left[\frac{x}{0} \right] = x$),
б) $rest(x, y)$ – остаток от деления x на y (здесь $rest(x, 0) = x$),
в) $\tau(x)$ – число делителей числа x , где $\tau(0) = 0$,
г) $\sigma(x)$ – сумма делителей числа x , где $\sigma(0) = 0$,
д) $lh(x)$ – число простых делителей числа x , где $lh(0) = 0$,

е) $\pi(x)$ – число простых чисел, не превосходящих x .

10. Найти истинностные значения формулы $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$, где область интерпретации фиксирована $D = \{a, b\}$, но неизвестны логическая функция, соответствующая P , и логическое значение, соответствующее Q .

11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Магнитофон»

Б = «Меломан»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода f_k от величины выделенных ресурсов x ($0 \leq x \leq 12$) в k -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	1	2	5	8	10	10	11	12	14	16	18	23
f2	0	1	7	7	11	11	11	12	12	12	12	14	16
f3	0	6	7	10	13	13	13	21	21	21	22	22	23
f4	0	6	13	13	14	17	22	22	22	24	26	32	35

13. Дано рекуррентное соотношение $x_n = 6x_{n-1} - 8x_{n-2}$, $x_0 = 1$, $x_1 = 4$. Найти x_n .

14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 5 деталей или на складе «2» вместимостью не более 3 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 6 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.