

### Вариант №1

1. Доказать, что  $A \div B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$ .
2. Пусть  $R_1$  и  $R_2$  отношения эквивалентности на множестве  $A$ . Доказать, что  $R_1 \cup R_2$  – эквивалентность  $\Leftrightarrow R_1 \cup R_2 = R_1 \cdot R_2$ .
3. Доказать, что если  $f$  есть функция из  $A$  в  $B$  и  $g$  есть функция из  $B$  в  $C$ , то  $f \cdot g$  есть функция из  $A$  в  $C$ .
4. Дано множество  $A = \{a, b, c, d\}$ , отношение  $<$  определено следующим образом:  $a < c$ ,  $c < d$ ,  $a < d$ . Будет ли отношение  $\leq = \{< x, y > \mid x < y \text{ или } x = y\}$  – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества  $A$ .
5. Разбиение плоскости  $D^2$  состоит из окружностей с центром в точке  $(0; 0)$ . Выписать отношение эквивалентности  $R$ , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколько существует чисел от 0 до  $10^n$ , у которых сумма цифр равна  $k$ , где  $k \leq 9$ ?
7. Сколькими способами можно поселить 7 студентов в три комнаты: одноместную, двухместную и четырехместную?
8. Какая функция получается из  $g$  и  $h$  с помощью схемы примитивной рекурсии:  
а)  $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$ ,  
б)  $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$ .
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:  
а)  $\left[ \frac{x}{y} \right]$  – частное от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $\left[ \frac{x}{0} \right] = x$ ),  
б)  $rest(x, y)$  – остаток от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $rest(x, 0) = x$ ),  
в)  $\tau(x)$  – число делителей числа  $x$ , где  $\tau(0) = 0$ ,  
г)  $\sigma(x)$  – сумма делителей числа  $x$ , где  $\sigma(0) = 0$ ,  
д)  $lh(x)$  – число простых делителей числа  $x$ , где  $lh(0) = 0$ ,  
е)  $\pi(x)$  – число простых чисел, не превосходящих  $x$ .
10. Найти истинностные значения формулы  $\exists x (P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$ , где область интерпретации фиксирована  $D = \{a, b\}$ , но неизвестны логическая функция, соответствующая  $P$ , и логическое значение, соответствующее  $Q$ .

11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Телевизор»

Б = «Телезритель»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода  $f_k$  от величины выделенных ресурсов  $x$  ( $0 \leq x \leq 12$ ) в  $k$ -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	1	3	6	6	10	11	13	13	15	15	17	23
f2	0	1	4	4	4	4	4	9	9	11	11	11	14
f3	0	2	2	2	2	3	3	7	8	9	10	11	13
f4	0	5	10	12	15	16	18	20	23	23	23	26	26

13. Дано рекуррентное соотношение  $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 2$ . Найти  $x_n$ .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 5 деталей или на складе «2» вместимостью не более 4 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 8 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.