

### Вариант №11

1. Решить систему уравнений  $\begin{cases} A \cap X = B, \\ A \cup X = C, \end{cases}$  где  $A$ ,  $B$  и  $C$  – данные множества и  $B \subseteq A \subseteq C$ .
2. Доказать, что произведение  $R_1 \cdot R_2$  симметричных отношений  $R_1$  и  $R_2$  симметрично тогда и только тогда, когда  $R_1 \cdot R_2 = R_2 \cdot R_1$ .
3. Пусть  $f$  и  $g$  – функции. При каких условиях: а)  $f^{-1}$  является функцией; б)  $f \cdot g$  является 1-1-функцией?
4. Дано множество  $A = \{a, b, c, d\}$ , отношение  $<$  определено следующим образом:  $a < c$ ,  $b < c$ . Будет ли отношение  $\leq = \{< x, y > | x < y \text{ или } x = y\}$  – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества  $A$ .
5. Разбиение плоскости  $D^2$  состоит из окружностей с центром в точке  $(0;0)$ . Выписать отношение эквивалентности  $R$ , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколькими способами можно выложить в ряд 5 красных, 5 синих и 5 зеленых шаров так, чтобы никакие два синих шара не лежали рядом?
7. За посылку бандероли надо уплатить 18 коп. Сколькими способами можно оплатить ее марками стоимостью в 4, 6, 10 копеек, если два способа, отличающиеся порядком марок, считаются различными?
8. Какая функция получается из  $g$  и  $h$  с помощью схемы примитивной рекурсии:  
а)  $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$ ,  
б)  $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$ .
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:  
а)  $\left[ \frac{x}{y} \right]$  – частное от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $\left[ \frac{x}{0} \right] = x$ ),  
б)  $rest(x, y)$  – остаток от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $rest(x, 0) = x$ ),  
в)  $\tau(x)$  – число делителей числа  $x$ , где  $\tau(0) = 0$ ,  
г)  $\sigma(x)$  – сумма делителей числа  $x$ , где  $\sigma(0) = 0$ ,  
д)  $lh(x)$  – число простых делителей числа  $x$ , где  $lh(0) = 0$ ,  
е)  $\pi(x)$  – число простых чисел, не превосходящих  $x$ .

10. Найти истинностные значения формулы  $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$ , где область интерпретации фиксирована  $D = \{a, b\}$ , но неизвестны логическая функция, соответствующая  $P$ , и логическое значение, соответствующее  $Q$ .
11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.  
 А = «Телевизор»  
 Б = «Телезритель»
12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода  $f_k$  от величины выделенных ресурсов  $x$  ( $0 \leq x \leq 12$ ) в  $k$ -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	4	11	16	16	16	16	16	16	19	24	24	24
f2	0	3	5	5	5	6	7	7	7	8	8	12	18
f3	0	0	2	2	7	13	13	13	14	14	14	18	23
f4	0	3	5	7	7	10	10	12	12	13	13	15	15

13. Дано рекуррентное соотношение  $x_n = 5x_{n-1} - 6x_{n-2}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 2$ . Найти  $x_n$ .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 5 деталей или на складе «2» вместимостью не более 4 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 8 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.