

### Вариант №20

1. Пусть  $A, B \neq \emptyset$  и  $(A \times B) \cup (B \times A) = (C \times D)$ . Доказать, что  $A = B = C = D$ .
2. Доказать, что  $f$  удовлетворяет условию  $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$  для любых  $A$  и  $B$  тогда и только тогда, когда  $f$  есть 1-1- функция.
3. Доказать, что если  $f$  есть функция из  $A$  в  $B$  и  $g$  есть функция из  $B$  в  $C$ , то  $f \cdot g$  есть функция из  $A$  в  $C$ .
4. Дано множество  $A = \{a, b, c, d\}$ , отношение  $<$  определено следующим образом:  
 $a < c, a < b, a < d$ . Будет ли отношение  $\leq = \{ \langle x, y \rangle \mid x < y \text{ или } x = y \}$  – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества  $A$ .
5. Разбиение плоскости  $D^2$  состоит из парабол вида  $y = x^2 + C$ . Выписать отношение эквивалентности  $R$ , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Пусть  $A$  и  $B$  – конечные множества, состоящие из  $m$  и  $n$  элементов соответственно.
  - Сколько существует бинарных отношений между элементами множеств  $A$  и  $B$ ?
  - Сколько имеется функций из  $A$  в  $B$ ?
  - Сколько имеется 1-1 функций из  $A$  в  $B$ ?
  - При каких  $m$  и  $n$  существует взаимно-однозначное соответствие между  $A$  и  $B$ ?
7. В кошельке лежат монеты в 1, 2, 3, 5, 10, 15, 20, 50 копеек, по одной монете каждого достоинства. Сколькими способами можно уплатить этими монетами за покупку стоимостью 73 коп.?
8. Какая функция получается из  $g$  и  $h$  с помощью схемы примитивной рекурсии:
  - а)  $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$ ,
  - б)  $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$ .
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
  - а)  $\left[ \frac{x}{y} \right]$  – частное от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $\left[ \frac{x}{0} \right] = x$ ),
  - б)  $rest(x, y)$  – остаток от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $rest(x, 0) = x$ ),
  - в)  $\tau(x)$  – число делителей числа  $x$ , где  $\tau(0) = 0$ ,

г)  $\sigma(x)$  – сумма делителей числа  $x$ , где  $\sigma(0) = 0$ ,

д)  $lh(x)$  – число простых делителей числа  $x$ , где  $lh(0) = 0$ ,

е)  $\pi(x)$  – число простых чисел, не превосходящих  $x$ .

10. Найти истинностные значения формулы  $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$ , где область интерпретации фиксирована  $D = \{a, b\}$ , но неизвестны логическая функция, соответствующая  $P$ , и логическое значение, соответствующее  $Q$ .

11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.

А = «Машина»

Б = «Водитель»

12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода  $f_k$  от величины выделенных ресурсов  $x$  ( $0 \leq x \leq 12$ ) в  $k$ -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	1	3	6	6	10	11	13	13	15	15	17	23
f2	0	1	4	4	4	4	4	9	9	11	11	11	14
f3	0	2	2	2	2	3	3	7	8	9	10	11	13
f4	0	5	10	12	15	16	18	20	23	23	23	26	26

13. Дано рекуррентное соотношение  $x_n = 7x_{n-1} - 12x_{n-2}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 3$ . Найти  $x_n$ .

14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 2 деталей или на складе «2» вместимостью не более 3 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 4 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.