

## Вариант №6

1. Доказать, что пересечение множеств действительных корней многочленов  $\alpha(x)$  и  $\beta(x)$  с действительными коэффициентами совпадает с множеством всех действительных корней многочлена  $\gamma(x) = \alpha^2(x) + \beta^2(x)$ .
2. Пусть  $R_1$  и  $R_2$  отношения эквивалентности на множестве  $A$ . Доказать, что  $R_1 \cup R_2$  – эквивалентность  $\Leftrightarrow R_1 \cup R_2 = R_1 \cdot R_2$ .
3. Доказать, что для любой функции  $f: f(A) \setminus f(B) \subseteq f(A \setminus B)$ .
4. Дано множество  $A = \{a, b, c, d\}$ , отношение  $<$  определено следующим образом:  $b < c, b < d$ . Будет ли отношение  $\leq = \{< x, y > \mid x < y \text{ или } x = y\}$  – частичным порядком. Найти наибольший, наименьший, максимальный, минимальный элементы множества  $A$ .
5. Разбиение плоскости  $D^2$  состоит из прямых с углом наклона  $\pi/5$ . Выписать отношение эквивалентности  $R$ , соответствующее данному разбиению, выписать классы эквивалентности.
6. Сколько можно составить перестановок из  $n$  элементов, в которых данные  $m$  элементов не стоят рядом в любом порядке?
7. Человек имеет 10 друзей и в течение нескольких дней приглашает некоторых из них в гости так, что компания ни разу не повторяется (в какой-то один из дней он может не приглашать никого). Сколько дней он может так делать?
8. Какая функция получается из  $g$  и  $h$  с помощью схемы примитивной рекурсии:
  - а)  $g(x) = x, h(x, y, z) = z^x$ ,
  - б)  $g(x) = x, h(x, y, z) = x^z$ .
9. Доказать, что следующие функции примитивно рекурсивны:
  - а)  $\left[ \frac{x}{y} \right]$  – частное от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $\left[ \frac{x}{0} \right] = x$ ),
  - б)  $rest(x, y)$  – остаток от деления  $x$  на  $y$  (здесь  $rest(x, 0) = x$ ),
  - в)  $\tau(x)$  – число делителей числа  $x$ , где  $\tau(0) = 0$ ,
  - г)  $\sigma(x)$  – сумма делителей числа  $x$ , где  $\sigma(0) = 0$ ,
  - д)  $lh(x)$  – число простых делителей числа  $x$ , где  $lh(0) = 0$ ,
  - е)  $\pi(x)$  – число простых чисел, не превосходящих  $x$ .

10. Найти истинностные значения формулы  $\exists x(P(x) \Rightarrow Q) \vee (Q \& P(y))$ , где область интерпретации фиксирована  $D = \{a, b\}$ , но неизвестны логическая функция, соответствующая  $P$ , и логическое значение, соответствующее  $Q$ .
11. Написать спецификацию автоматов А и Б. Описать автоматы А и Б. Для описанных автоматов выполнить процедуру проверки соответствия спецификации. Описать параллельное взаимодействие описанных автоматов.  
 А = «Гид»  
 Б = «Турист»
12. Пусть общий объем доступных ресурсов равен 12. Требуется спланировать инвестиции на 4 года, зная зависимость величины дохода  $f_k$  от величины выделенных ресурсов  $x$  ( $0 \leq x \leq 12$ ) в  $k$ -й год. Используя методы динамического программирования, определить, при каком распределении ресурсов по годам величина доходов будет максимальной.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
f1	0	8	8	14	16	16	16	16	18	18	18	22	24
f2	0	0	1	7	7	7	12	14	17	17	19	19	22
f3	0	5	6	8	12	13	13	13	14	14	14	14	14
f4	0	5	7	10	11	13	13	13	18	23	26	26	27

13. Дано рекуррентное соотношение  $x_n = 7x_{n-1} - 12x_{n-2}$ ,  $x_0 = 1$ ,  $x_1 = 4$ . Найти  $x_n$ .
14. Изобразить сеть Петри соответствующую работе производителя деталей, который оставляет их на складе «1» вместимостью не более 5 деталей или на складе «2» вместимостью не более 4 деталей, при этом общее число деталей на обоих складах не превышает 8 деталей. Со складов детали забирает потребитель, если они есть в наличии.